

Osnovi elektrotehnike  
(I kolokvijum)

K1

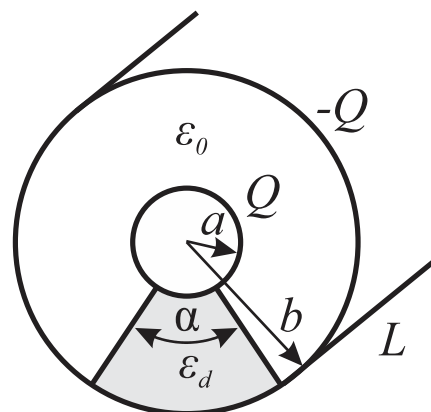
24.09.2026.

## ZADACI

**Zadatak 1.** Vazdušni koaksijalni kabl ima celom svojom dužinom "klinasti" podmetač od čvrstog dielektrika permitivnosti  $\epsilon_d = 8\epsilon_0$ , kao što je prikazano na slici 1. Poluprečnici elektroda su  $a = 2 \text{ mm}$  i  $b = 2,7a$ , a dužina kabla je  $L = 5 \text{ m}$ . Elektrode kondenzatora su naelektrisanje  $Q$  i  $-Q$ .

- Odrediti kako se u zavisnosti od rastojanja od ose kabla,  $r$ , menjaju intenziteti vektora električnog pomeraja i vektora jačine električnog polja, i izvesti izraz za kapacitivnost kabla (u opštim brojevima).
- Izračunati brojnu vrednost kapacitivnosti kabla.
- Izračunati ukupno slobodno i vezano naelektrisanje koje će se javiti na razdvojnoj površi dielektrika i unutrašnje elektrode kabla kada je kabl opterećen naelektrisanjem  $Q$ .

Ostali brojni podaci:  $\alpha = \pi/4$ ,  $Q = 5 \text{ nC}$ ,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ .

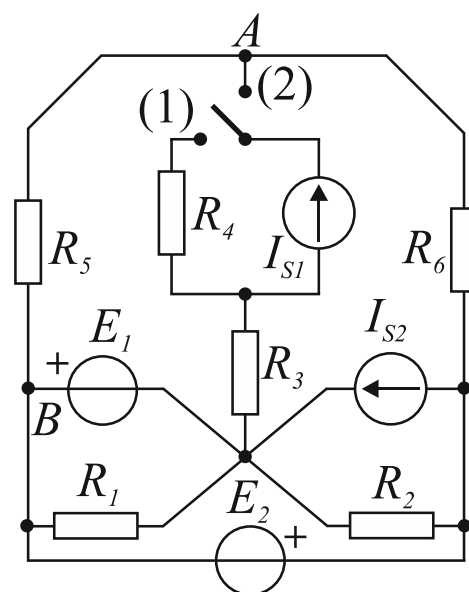


Slika 1.

**Zadatak 2.** Kada se u mreži sa slike 2, preklopnik prebaci iz položaja (1) u položaj (2), napon između tačaka  $A$  i  $B$  se poveća za  $5 \text{ V}$ .

- Primenjujući teoremu superpozicije, izračunati jačinu struje strujnog generatora,  $I_{S1}$ .
- Odrediti snage oba strujna generatora, kada je preklopnik u položaju (2).

Brojni podaci su:  $R_1 = 20 \Omega$ ,  $R_2 = 50 \Omega$ ,  $R_3 = 10 \Omega$ ,  $R_4 = 100 \Omega$ ,  $R_5 = 5 \Omega$ ,  $R_6 = 15 \Omega$ ,  $E_1 = 5 \text{ V}$ ,  $E_2 = 20 \text{ V}$ ,  $I_{S2} = 0,5 \text{ A}$ .



Slika 2.

## PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je sakupiti više od 50% od ukupnog broja poena na zadacima. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

Osnovi elektrotehnike  
(II kolokvijum)

K2

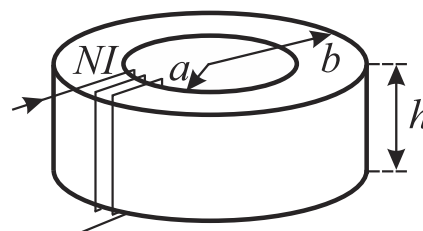
24.09.2026.

## ZADACI

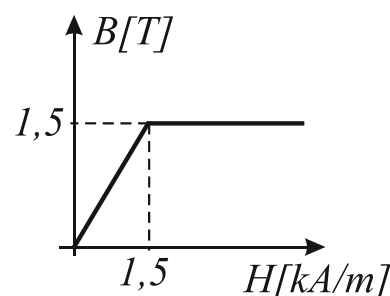
**Zadatak 1.** Na slici 1a je prikazano debelo torusno jezgro, načinjeno od materijala čija je magnetska karakteristika data na slici 1b. Na jezgro je ravnomerno i gusto namotan pobudni namotaj sa  $N$  zavoja u kojima je uspostavljena struja jačine  $I = 1,5 \text{ A}$ . Odrediti:

- broj namotaja  $N$ , tako da polovina jezgra bude u zasićenju,
- režim rada torusnog jezgra kada se struja u namotajima poveća za 50%,
- promenu magnetske energije u jezgri, koja nastaje pri promeni struje u namotajima, iz dela zadatka pod b).

Dimenzije jezgra su:  $a = 2 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ , visina  $h = 2,5 \text{ cm}$ .



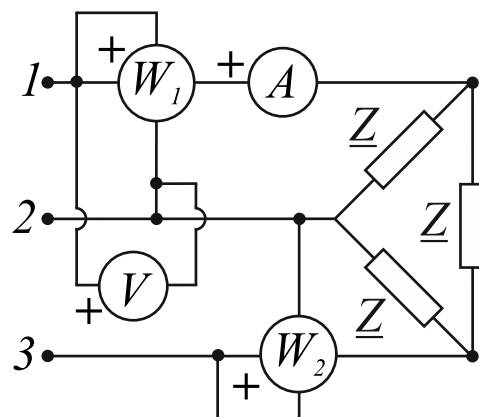
Slika 1a.



Slika 1b.

**Zadatak 2.** Na slici 2 je prikazan simetričan trofazni prijemnik impedanse  $\underline{Z} = (30 + j60) \Omega$ . Prijemnik je priključen na mrežu faznog napona  $\underline{U}_1 = 230 \text{ V}$ .

- Odrediti pokazivanje idealnih mernih instrumenata.
- Na istom fazorskom dijagramu prikazati fazore svih veličina od kojih zavise pokazivanja instrumenata.



Slika 2.

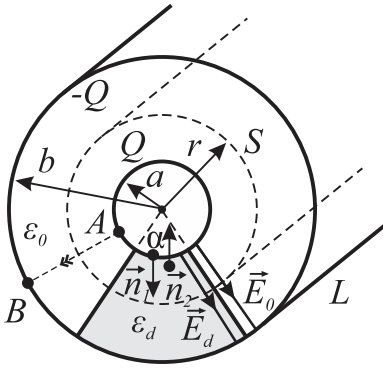
## PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je sakupiti više od 50% od ukupnog broja poena na zadacima. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

K1

Z1

a)



Granični uslov:

$$E_{t0} = E_{td}$$

$$E_0 = E_d = E$$

$$D_0 \neq D_d$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{uS}$$

$$\int_{S_{OM}} D dS = Q$$

$$\int_{OM_0} D_0 dS + \int_{OM_d} D_d dS = Q$$

$$D_0 (2\pi - \alpha) r L + D_d \alpha r L = Q$$

$$D_0 = \epsilon_0 E$$

$$D_d = \epsilon_d E$$

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 (2\pi - \alpha + \epsilon_{rd} \alpha) r L}, \quad a \leq r \leq b$$

$$D_0 = \epsilon_0 E = \epsilon_0 \frac{Q}{\epsilon_0 (2\pi - \alpha + \epsilon_{rd} \alpha) r L} \quad D_d = \epsilon_d E = \epsilon_d \frac{Q}{\epsilon_0 (2\pi - \alpha + \epsilon_{rd} \alpha) r L}, \quad a \leq r \leq b$$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b E dr = \int_a^b \frac{Q}{\epsilon_0 (2\pi - \alpha + \epsilon_{rd} \alpha) r L} dr = \frac{Q}{\epsilon_0 (2\pi - \alpha + \epsilon_{rd} \alpha) L} \ln \frac{b}{a}$$

$$C = \frac{Q}{U_{AB}}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 (2\pi - \alpha + \epsilon_{rd} \alpha) L}{\ln \frac{b}{a}}$$

b)

$$C = \frac{\epsilon_0 (2\pi - \alpha + \epsilon_{rd} \alpha) L}{\ln \frac{b}{a}} = \frac{\epsilon_0 \left( 2\pi - \frac{\pi}{4} + 8 \frac{\pi}{4} \right) L}{\ln \frac{b}{a}} = \epsilon_0 15 \frac{\pi}{4} L$$

$$C = 521,3 \text{ pF}$$

c)

$$\sigma_{Sd} = \vec{D}_d \cdot \vec{n}_1 = D_d (r=a) = \epsilon_d \frac{Q}{\epsilon_0 (2\pi - \alpha + \epsilon_{rd} \alpha) a L}$$

$$Q_{Sd} = \sigma_s \alpha a L = \epsilon_d \frac{Q}{\epsilon_0 (2\pi - \alpha + \epsilon_{rd} \alpha) a L} \alpha a L = 8 \cdot \frac{\alpha}{(2\pi - \alpha + \epsilon_{rd} \alpha)} Q = \frac{8}{15} Q$$

$$Q_{Sd} = 2,67 \text{ nC}$$

$$P = D - \epsilon_0 E = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E$$

$$\sigma_v = \vec{P} \cdot \vec{n}_2 = -P(r=a) = -\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \cdot E(r=a) = 7 \epsilon_0 \frac{Q}{\epsilon_0 (2\pi - \alpha + \epsilon_{rd} \alpha) a L}$$

$$Q_v = \sigma_v \alpha a L = 7 \epsilon_0 \frac{Q}{\epsilon_0 (2\pi - \alpha + \epsilon_{rd} \alpha) a L} \alpha a L = 7 \cdot \frac{\alpha}{(2\pi - \alpha + \epsilon_{rd} \alpha)} Q = \frac{7}{15} Q$$

$$Q_v = 2,33 \text{ nC}$$

K1

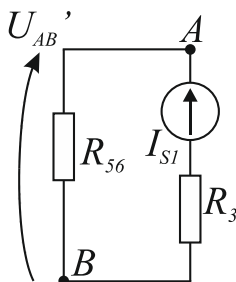
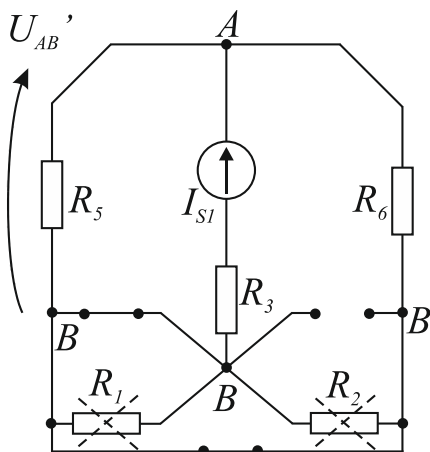
Z2

a)

$$\boxed{\begin{matrix} Svi \\ generatori \end{matrix}} = \boxed{\begin{matrix} Svi \\ sem I_{S1} \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} Samo \\ I_{S1} \end{matrix}}$$

(2) (1)

$$U_{AB}^{(2)} = U_{AB}^{(1)} + U_{AB}' \quad \Rightarrow \quad \Delta U_{AB} = U_{AB}^{(2)} - U_{AB}^{(1)} = U_{AB}' = 5 V$$



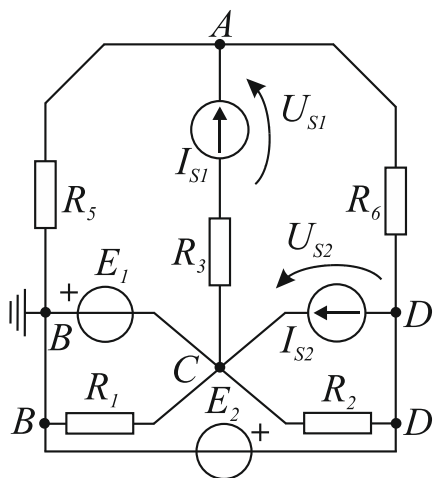
$$R_{56} = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} = \frac{5 \cdot 15}{5 + 15} = 3,75 \Omega$$

$$U_{AB}' = I_{S1} R_{56}$$

$$I_{S1} = \frac{U_{AB}'}{R_{56}} = \frac{5}{3,75}$$

$$\boxed{I_{S1} = 1,33 A}$$

b)



$$V_B = 0 V$$

$$V_C = -E_1 = -5 V$$

$$V_D = E_2 = 20 V$$

$$V_A \left( \frac{1}{R_3 + \infty} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) - V_C \left( \frac{1}{R_3 + \infty} \right) - V_D \left( \frac{1}{R_6} \right) = I_{S1}$$

$$V_A \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{15} \right) - 20 \cdot \left( \frac{1}{15} \right) = 1,33 \quad / \cdot 15$$

$$4V_A = 40$$

$$V_A = 10 V$$

$$U_{S1} = U_{AC} + R_3 I_{S1} = V_A - V_C + R_3 I_{S1} = 10 - (-5) + 10 \cdot 1,33 = 28,33 V$$

$$P_{S1} = U_{S1} I_{S1} = 28,33 \cdot 1,33$$

$$\boxed{P_{S1} = 37,78 W}$$

$$U_{S2} = U_{CD} = V_C - V_D = -5 - 20 = -25 V$$

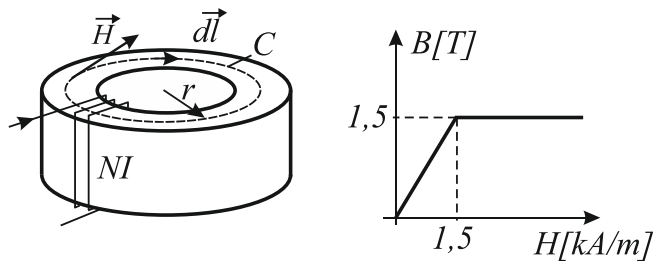
$$P_{S2} = U_{S2} I_{S2} = -25 \cdot 0,5$$

$$\boxed{P_{S2} = -12,5 W}$$

K2

Z1

a)



$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

$$H 2\pi r = NI$$

$$H = \frac{NI}{2\pi r} \quad a \leq r \leq b$$

$$r_c = a + \frac{1}{2}(b-a) = 2,5 \text{ cm} \quad I = 1,5 \text{ A}$$

$$\frac{NI}{2\pi r_c} = H_K \quad \rightarrow \quad N = \frac{H_K 2\pi r_c}{I} = \frac{1500 \cdot 2\pi \cdot 0,025}{1,5}$$

$$N = 157 \text{ zavojaka}$$

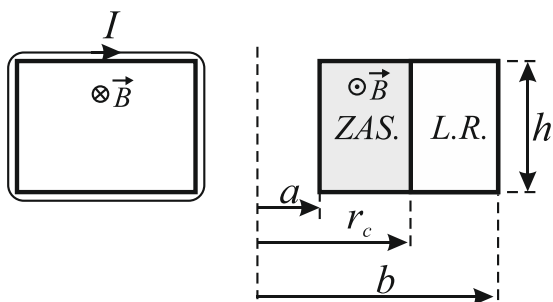
b)

$$I_1 = 1,5 I = 1,5 \cdot 1,5 = 2,25 \text{ A}$$

$$H_{\min}(I_1) = \frac{NI_1}{2\pi b} = \frac{157 \cdot 2,25}{2\pi \cdot 0,03} = 1875 \text{ A/m} > H_K \quad \rightarrow$$

Jezgro u potpunom zasićenju.

c)



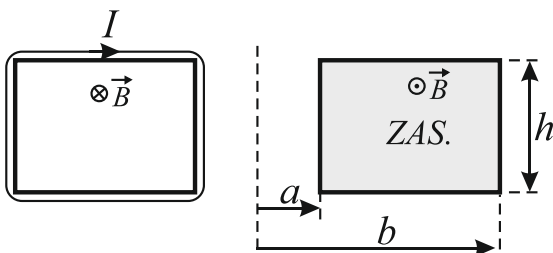
$$w_m = \frac{1}{2} B H = \frac{1}{2} \mu H^2$$

$$W_m = \int_V w_m dV$$

$$W_m = \frac{1}{2} B_K H_K (r_c^2 - a^2) \pi h + \int_{r_c}^b \frac{1}{2} \mu \left( \frac{NI}{2r\pi} \right)^2 2r\pi dr h$$

$$W_m = \frac{1}{2} B_K H_K (r_c^2 - a^2) \pi h + \frac{1}{2} \cdot \frac{1,5}{1500} \cdot \frac{N^2 I^2}{2\pi} h \ln \frac{b}{r_c}$$

$$W_m = 19,87 \text{ mJ} + 20,13 \text{ mJ} = 40 \text{ mJ}$$



$$W_{m1} = \frac{1}{2} B_K H_K (b^2 - a^2) \pi h$$

$$W_{m1} = 44,16 \text{ mJ}$$

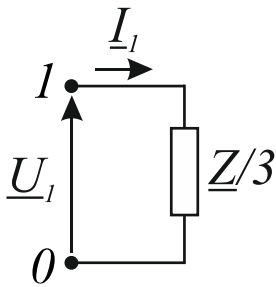
$$\Delta W_m = W_{m1} - W_m = 44,16 \text{ mJ} - 40 \text{ mJ}$$

$$\Delta W_m = 4,16 \text{ mJ}$$

K2

Z2

a)



$$\underline{Z} = (30 + j60) \Omega = 67,1 e^{j63,43^\circ} \Omega$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}/3} = \frac{230 e^{j0^\circ}}{\frac{1}{3} \cdot 67,1 e^{j63,43^\circ}} = 10,28 e^{-j63,43^\circ} A$$

$$I_A = |\underline{I}_1| = 10,28 A$$

$$U_V = |\underline{U}_{12}| = \sqrt{3} |\underline{U}_1| = \sqrt{3} \cdot 230 = 398,37 V$$

$$P_{W1} = \operatorname{Re}\{\underline{U}_{12} \underline{I}_1^*\} = U_{12} I_1 \cos \angle(\underline{U}_{12}, \underline{I}_1)$$

$$P_{W1} = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos(30^\circ + 63,43^\circ)$$

$$P_{W1} = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 10,28 \cdot \cos 93,43^\circ$$

$$P_{W1} = -245,02 W$$

$$P_{W2} = \operatorname{Re}\{\underline{U}_{32} \underline{I}_3^*\} = U_{32} I_3 \cos \angle(\underline{U}_{32}, \underline{I}_3)$$

$$P_{W2} = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos(63,43^\circ - 30^\circ)$$

$$P_{W2} = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 10,28 \cdot \cos 33,43^\circ$$

$$P_{W2} = 3417,74 W$$

b)

