

Osnovi elektrotehnike 1
(I kolokvijum)

K1

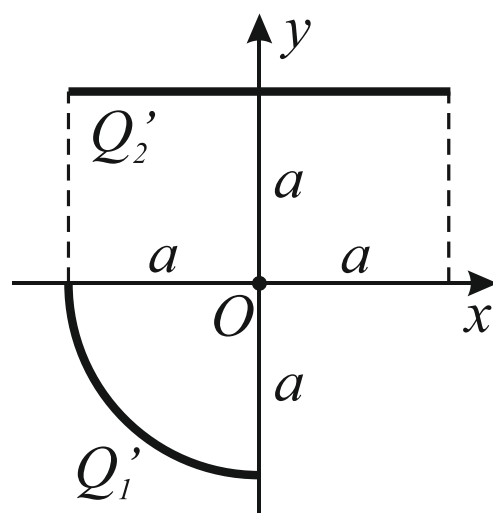
02.09.2026.

ZADACI

Zadatak 1. Na slici 1 je prikazana složena, ravnomerno naelektrisan tanka struktura, sastavljena od štapa savijenog u obliku luka poluprečnika a , i pravolinijskog štapa, dužine $2a$, postavljenog paralelno sa x osom. Celokupna struktura se nalazi u x - y ravni Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema. Sistem se nalazi u vazduhu.

- Izvesti, u opštim brojevima, izraz za vektor jačine električnog polja u tački O (centar koordinatnog sistema), koji potiče od štapa.
- Izvesti, u opštim brojevima, izraz za vektor jačine električnog polja u tački O , koji potiče od luka.
- Izračunati podužnu količinu naelektrisanja luka, Q_1' , tako da rezultantni vektor jačine električnog polja u tački O ima samo x komponentu.

Brojni podaci su: $Q_2' = 2 \text{ nC/m}$, $a = 5 \text{ cm}$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

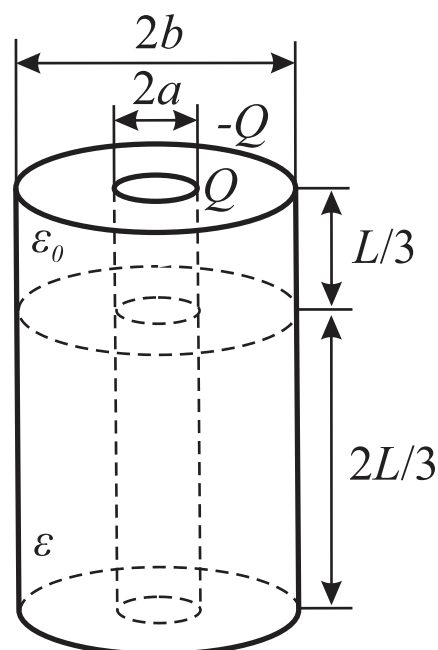


Slika 1.

Zadatak 2. Koaksijalni kabl poluprečnika elektroda a i b , dužine L , ispunjen je do $2/3$ svoje zapremine tečnim dielektrikom relativne permitivnosti $\epsilon_r = 4$, i postavljen u vertikalni položaj, kao što je prikazano na slici 2. Kabl se priključi na izvor napona, koji se postepeno poveća do maksimalno dozvoljene vrednosti, $U_{\max}$.

- Odrediti, u opštim brojevima, izraz za kapacitivnost kondenzatora.
- Izračunati koliko iznosi $U_{\max}$.
- Ako se kondenzator odvoji od izvora i lagano dopuni dielektrikom do vrha, odrediti energiju sadržanu u polju kondenzatora, nakon dopunjavanja dielektrikom.

Brojni podaci su: $a = 1 \text{ mm}$, $b = 2,7a$, $L = 5 \text{ m}$,
 $E_{\check{c}0} = 30 \text{ kV/cm}$, $E_{\check{c}d} = 120 \text{ kV/cm}$.



Slika 2.

PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je sakupiti više od 50% poena na svakom od zadataka. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

Osnovi elektrotehnike 1
(II kolokvijum)

K2

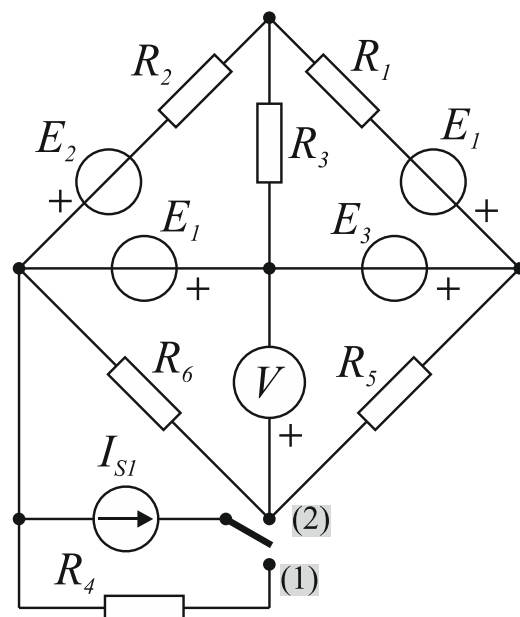
02.09.2026.

ZADACI

Zadatak 1. Kada se u kolu vremenski konstantne struje sa slike 1 preklopnik prebaci iz položaja (1) u položaj (2), pokazivanje idealnog voltmetra se poveća za $3,5\text{ V}$.

- Primenjujući teoremu superpozicije, odrediti vrednost jačine struje strujnog generatora, I_{S1} .
- Odrediti snagu strujnog generatora I_{S1} , kada je preklopnik u položaju (2).

Brojni podaci su: $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 3\ \Omega$, $R_3 = 6\ \Omega$, $R_4 = 5\ \Omega$, $R_5 = 1\ \Omega$, $R_6 = 7\ \Omega$, $E_1 = 5\text{ V}$, $E_2 = 2,2\text{ V}$, $E_3 = 13,4\text{ V}$.

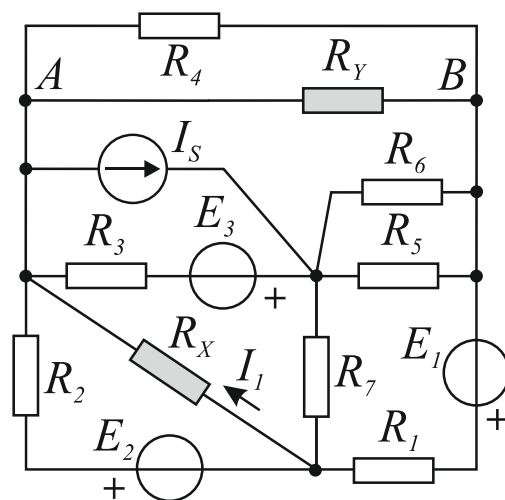


Slika 1.

Zadatak 2. U mreži sa slike 2 poznate su brojne vrednosti svih elemenata, osim otpornosti otpornika R_X i R_Y .

- Primenjujući teoremu o kompenzaciji, izračunati otpornost otpornika R_X i R_Y , tako da struja kroz otpornik R_X ima intenzitet $I_1 = 1\text{ mA}$, u naznačenom referentnom smeru, a napon između tačaka A i B vrednost $U_{AB} = 0,5\text{ V}$. Prilikom rešavanja kola primeniti metodu potencijala čvorova.
- Izračunati snagu naponskog generatora E_2 .

Brojni podaci su: $R_1 = 1\text{ k}\Omega$, $R_2 = R_7 = 2\text{ k}\Omega$, $R_3 = R_5 = R_6 = 4\text{ k}\Omega$, $R_4 = 2\text{ k}\Omega$, $E_1 = 4\text{ V}$, $E_2 = 1,5\text{ V}$, $E_3 = 2,5\text{ V}$, $I_S = 2\text{ mA}$.



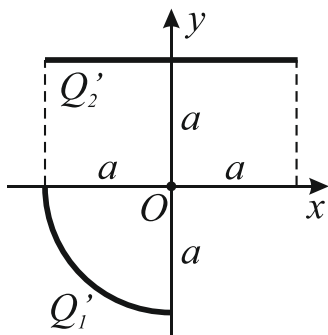
Slika 2.

PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je sakupiti više od 50% poena na svakom od zadataka. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

I-1

a)



Pretpostavka: $Q_1' > 0$

$$dE_1 = \frac{dQ_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{Q_1' dl}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$dE_{1x} = dE_1 \sin \theta$$

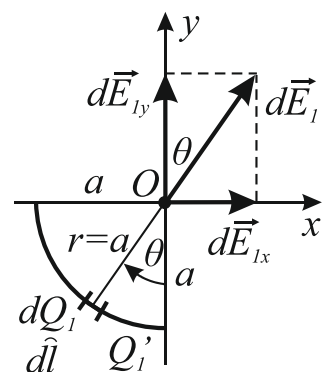
$$dE_{1y} = dE_1 \cos \theta$$

$$E_{1x} = \int_{po\ luku} dE_{1x} = \int_{po\ luku} \frac{Q_1' dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin \theta = \int_{po\ luku} \frac{Q_1' a d\theta}{4\pi\epsilon_0 a^2} \sin \theta = \frac{Q_1'}{4\pi\epsilon_0 a} \int_0^{90^\circ} \sin \theta d\theta = \frac{Q_1'}{4\pi\epsilon_0 a}$$

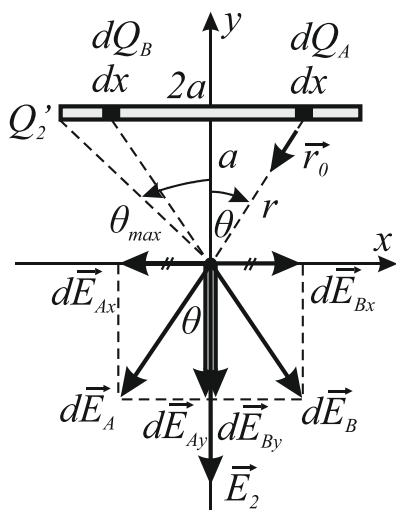
$$\vec{E}_{1x} = \frac{Q_1'}{4\pi\epsilon_0 a} \cdot \vec{i}_x$$

$$E_{1y} = \int_{po\ luku} dE_{1y} = \int_{po\ luku} \frac{Q_1' dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta = \int_{po\ luku} \frac{Q_1' a d\theta}{4\pi\epsilon_0 a^2} \cos \theta = \frac{Q_1'}{4\pi\epsilon_0 a} \int_0^{90^\circ} \cos \theta d\theta = \frac{Q_1'}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\vec{E}_{1y} = \frac{Q_1'}{4\pi\epsilon_0 a} \cdot \vec{i}_y$$



b)



$$d\vec{E}_{Ax} + d\vec{E}_{Bx} = 0 \Rightarrow \vec{E}_{2x} = 0$$

$$dE_2 = 2dE_{Ay} = 2dE_A \cos \theta = 2 \frac{dQ_A}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta = 2 \frac{Q_2' dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta$$

$$dE_2 = 2 \frac{Q_2' \frac{r d\theta}{\cos \theta}}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta = 2 \frac{Q_2' d\theta}{4\pi\epsilon_0 r} = 2 \frac{Q_2' d\theta}{4\pi\epsilon_0 \frac{a}{\cos \theta}} = 2 \frac{Q_2'}{4\pi\epsilon_0 a} \cos \theta d\theta$$

$$E_2 = \int_{po\ štapi} dE_2 = 2 \frac{Q_2'}{4\pi\epsilon_0 a} \int_0^{\theta_{max}} \cos \theta d\theta = \frac{Q_2'}{2\pi\epsilon_0 a} (\sin \theta_{max} - \sin 0) = \frac{Q_2'}{2\pi\epsilon_0 a} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{Q_2'}{2\pi\epsilon_0 a} \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (-\vec{i}_y)$$

c)

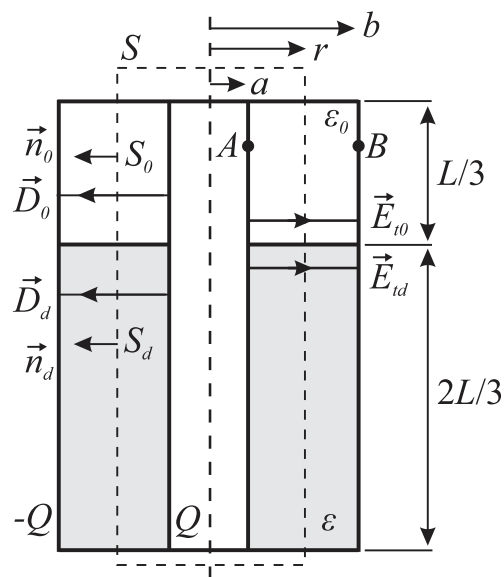
$$\vec{E}_O = \vec{E}_{1x} + \vec{E}_{1y} + \vec{E}_2 = \frac{Q_1'}{4\pi\epsilon_0 a} \cdot \vec{i}_x + \left(\frac{Q_1'}{4\pi\epsilon_0 a} - \frac{Q_2'}{2\pi\epsilon_0 a} \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \vec{i}_y$$

$$\vec{E}_{Oy} = 0 \Rightarrow \frac{Q_1'}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{Q_2'}{2\pi\epsilon_0 a} \frac{\sqrt{2}}{2} \quad Q_1' = \sqrt{2} Q_2'$$

$$Q_1' = 2,83 \text{ nC / m}$$

I-2

a)



Granični uslov:

$$E_{t0} = E_{td} \quad E_0 = E_d = E$$

$$D_{n0} = D_{nd} = 0$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{uS}$$

$$\int_{S_{OM}} D ds = Q$$

$$\int_{OM_1} D_0 ds + \int_{OM_2} D_d ds = Q$$

$$D_0 2\pi r \frac{L}{3} + D_d 2\pi r \frac{2L}{3} = Q \quad (D_0 = \epsilon_0 E, \quad D_d = \epsilon E = 4\epsilon_0 E)$$

$$E = \frac{Q}{\left(\epsilon_0 \frac{L}{3} + 4\epsilon_0 \frac{2L}{3} \right) 2\pi r} = \frac{Q}{6\epsilon_0 L \pi r}, \quad a \leq r \leq b$$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b E dr = \int_a^b \frac{Q}{6\epsilon_0 L \pi r} dr = \frac{Q}{6\epsilon_0 L \pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$C = \frac{Q}{U_{AB}}$$

$$C = \frac{6\epsilon_0 L \pi}{\ln \frac{b}{a}} = 833,67 \text{ pF}$$

b)

$$E_{\max}(r=a) = \frac{Q_{\max}}{6\epsilon_0 L \pi a} \leq \min\{E_{c0}, E_{cd}\} = E_{c0} \quad \Rightarrow \quad Q_{\max} = E_{c0} 6\epsilon_0 L \pi a = 2,501 \mu C$$

$$U_{\max} = \frac{Q_{\max}}{6\epsilon_0 L \pi} \ln \frac{b}{a} = \frac{E_{c0} 6\epsilon_0 L \pi a}{6\epsilon_0 L \pi} \ln \frac{b}{a} = E_{c0} a \ln \frac{b}{a} = 30 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 1$$

$$U_{\max} = 3 \text{ kV}$$

c)

$$E_N = \frac{Q}{\left(4\epsilon_0 \frac{L}{3} + 4\epsilon_0 \frac{2L}{3} \right) 2\pi r} = \frac{Q}{8\epsilon_0 L \pi r} \quad \Rightarrow \quad C_N = \frac{8\epsilon_0 L \pi}{\ln \frac{b}{a}} = 1111,56 \text{ pF}$$

$$W_N = \frac{1}{2} \frac{Q_{\max}^2}{C_N} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2,501 \cdot 10^{-6})^2}{1111,56 \cdot 10^{-12}}$$

$$W_N = 2,81 \text{ mJ}$$

II-1

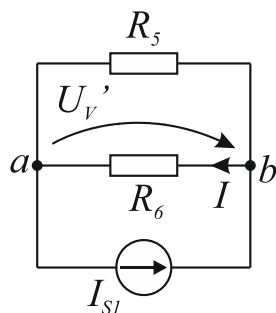
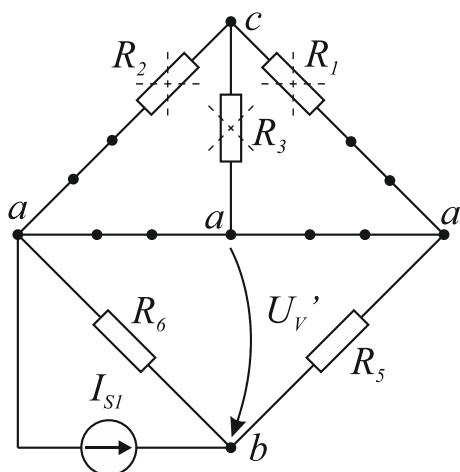
a)

$$\boxed{\begin{matrix} Svi \\ generatori \end{matrix}} = \boxed{\begin{matrix} Svi \\ sem I_{S1} \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} Samo \\ I_{S1} \end{matrix}}$$

(2) (1)

$$U_V^{(2)} = U_V^{(1)} + U_V'$$

$$\Delta U_V = U_V^{(2)} - U_V^{(1)} = U_V' = 3,5V$$



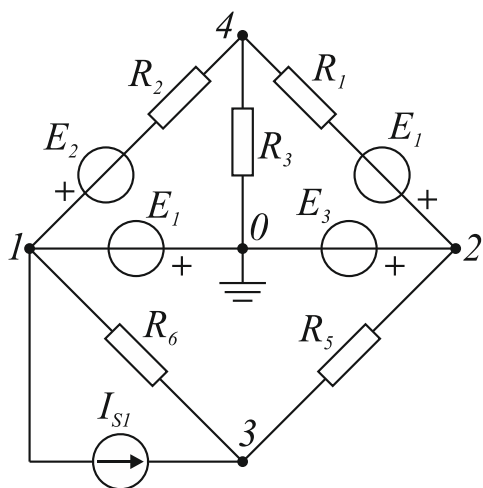
$$I = \frac{U_V'}{R_6} = \frac{3,5}{7} = 0,5A$$

$$I = \frac{R_5}{R_5 + R_6} I_{S1}$$

$$I_{S1} = \frac{R_5 + R_6}{R_5} I = \frac{1+7}{1} \cdot 0,5$$

$$\boxed{I_{S1} = 4A}$$

b)



$$V_0 = 0V, \quad V_1 = -E_1 = -5V, \quad V_2 = E_3 = 13,4V$$

$$V_3 \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{\infty} \right) - V_1 \left(\frac{1}{R_6} + \frac{1}{\infty} \right) - V_2 \left(\frac{1}{R_5} \right) = I_{S1}$$

$$V_4 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - V_1 \left(\frac{1}{R_2} \right) - V_2 \left(\frac{1}{R_1} \right) = -\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}$$

$$V_3 \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{7} \right) - (-5) \cdot \left(\frac{1}{7} \right) - 13,4 \cdot \left(\frac{1}{1} \right) = 4 \quad / \cdot 7$$

$$V_4 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) - (-5) \cdot \left(\frac{1}{3} \right) - 13,4 \cdot \left(\frac{1}{4} \right) = -\frac{5}{4} - \frac{2,2}{3} \quad / \cdot 12$$

$$\left. \begin{matrix} 8V_3 = 116,8 \\ 9V_4 = -3,6 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \quad V_3 = 14,6V, \quad V_4 = -0,4V$$

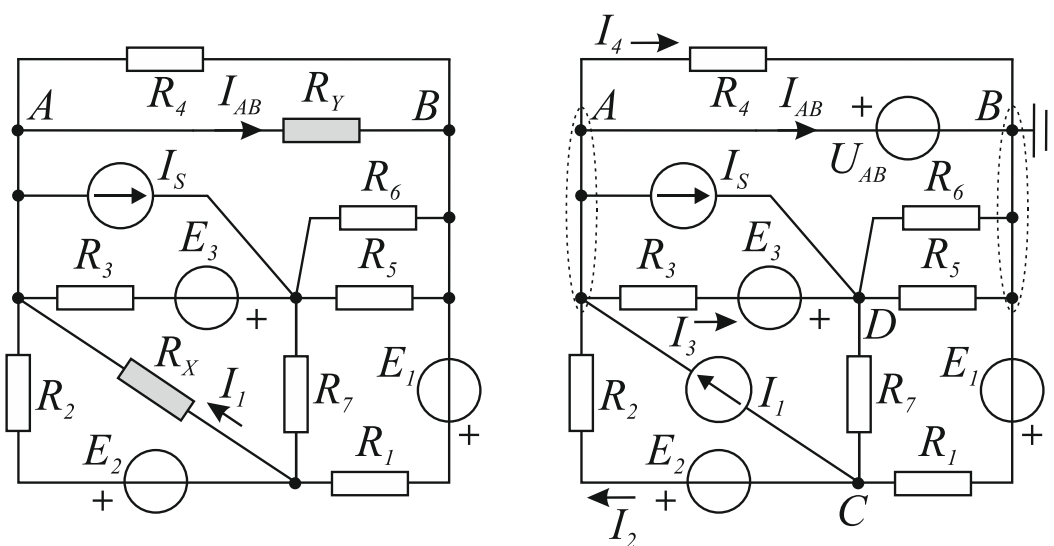
$$U_{S1} = V_3 - V_1 = 14,6 - (-5) = 19,6V$$

$$P_{S1} = U_{S1} I_{S1} = 19,6 \cdot 4$$

$$\boxed{P_{S1} = 78,4W}$$

II-2

a)



$$V_B = 0 V, \quad V_A = U_{AB} = 0,5 V$$

$$V_C \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{\infty} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_1} \right) - V_A \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{\infty} \right) - V_D \left(\frac{1}{R_7} \right) = -I_1 - \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_1}{R_1}$$

$$V_D \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{\infty} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_7} \right) - V_A \left(\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R_3} \right) - V_C \left(\frac{1}{R_7} \right) = I_S + \frac{E_3}{R_3}$$

$$V_C \left(\frac{1}{2k} + \frac{1}{2k} + \frac{1}{1k} \right) - 0,5 \cdot \left(\frac{1}{2k} \right) - V_D \left(\frac{1}{2k} \right) = -1m - \frac{1,5}{2k} + \frac{4}{1k} \quad / \cdot 2k$$

$$V_D \left(\frac{1}{4k} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{2k} \right) - 0,5 \cdot \left(\frac{1}{4k} \right) - V_C \left(\frac{1}{2k} \right) = 2m + \frac{2,5}{4k} \quad / \cdot 4k$$

$$\left. \begin{array}{l} 4V_C - V_D = 5 \\ 5V_D - 2V_C = 11 \end{array} \right\} \Rightarrow V_C = 2 V \quad V_D = 3 V$$

$$R_X = \frac{U_{CA}}{I_1} = \frac{V_C - V_A}{I_1} = \frac{2 - 0,5}{1m} \quad \boxed{R_X = 1,5 k\Omega}$$

$$I_4 = \frac{V_A - V_B}{R_4} = \frac{0,5 - 0}{2k} = 0,25 mA$$

$$I_3 = \frac{V_A - V_D + E_3}{R_3} = \frac{0,5 - 3 + 2,5}{4k} = 0 A$$

$$I_2 = \frac{V_C - V_A + E_2}{R_2} = \frac{2 - 0,5 + 1,5}{2k} = 1,5 mA$$

$$I_{AB} = -I_4 - I_S - I_3 + I_1 + I_2 = -0,25m - 2m - 0 + 1m + 1,5m = -2,25m + 2,5m = 0,25 mA$$

$$R_Y = \frac{U_{AB}}{I_{AB}} = \frac{0,5}{0,25m} \quad \boxed{R_Y = 2 k\Omega}$$

b)

$$P_{E2} = E_2 I_2 = 1,5 \cdot 1,5 m \quad \boxed{P_{E2} = 2,25 mW}$$