

Osnovi elektrotehnike 1
(I kolokvijum)

K1

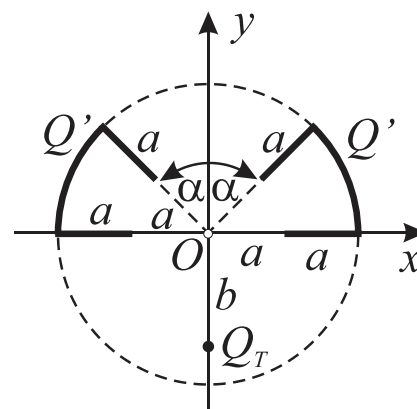
25. 8. 2026.

ZADACI

Zadatak 1. Dva tanka štapa od izolacionog materijala, savijena kao što je prikazano na slici 1, naelektrisan su ravnomerno istom podužnom količinom naelektrisanja Q' . Štapovi se sastoje od po dva pravolinijska segmenta istih dužina a , i od segmenata u obliku luka poluprečnika $2a$.

- Izvesti u opštim brojevima izraz za vektor jačine električnog polja u koordinatnom početku (tačka O), koji potiče od savijenih štapova.
- Odrediti količinu tačkastog naelektrisanja Q_T , tako da rezultantni vektor jačine električnog polja u tački O bude jednak nuli.

Brojni podaci su: $a = 1 \text{ cm}$, $b = 1,5 \text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ$, $Q' = 10 \text{ nC/m}$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

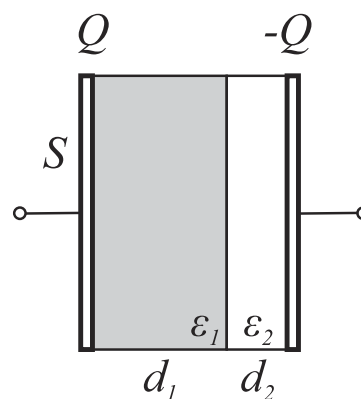


Slika 1.

Zadatak 2. Na slici 2 je prikazan pločasti kondenzator ispunjen sa dva sloja dielektrika, relativnih permitivnosti $\epsilon_{r1} = 2$ i $\epsilon_{r2} = 4$, debljina d_1 i $d_2 = 0,25 \text{ mm}$ i površine ploča $S = 4 \text{ cm}^2$.

- Izvesti u opštim brojevima izraz za kapacitivnost kondenzatora.
- Odrediti debljinu d_1 , tako da kapacitivnost prvog sloja dielektrika bude šest puta manja od kapacitivnosti drugog sloja.
- Izračunati maksimalni napon na koji sme da se priključi kondenzator.
- (bonus – 5p)** Izračunati energiju sadržanu u drugom sloju dielektrika, kada je kondenzator priključen na maksimalni napon.

Brojni podaci su: $E_{\check{c}1} = 45 \text{ kV/cm}$ i $E_{\check{c}2} = 70 \text{ kV/cm}$.



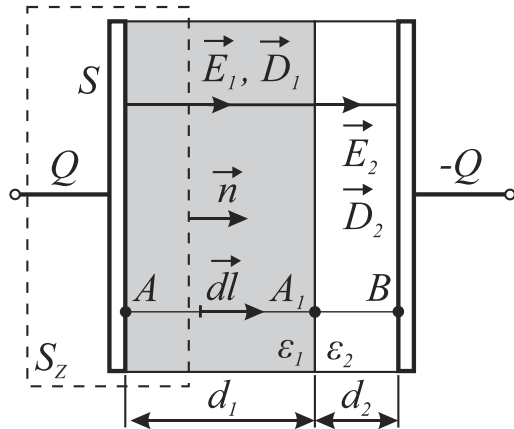
Slika 2.

PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je tačno uraditi više od 50% svakog od zadataka. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

Za položen kolokvijum neophodno je tačno uraditi više od 50% svakog od zadataka. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

a)



Granični uslov:

$$D_{n1} = D_{n2}$$

$$D_1 = D_2 = D$$

$$E_{t1} = E_{t2} = 0$$

$$\oint_{S_Z} \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{slobodno u } S}$$

$$\int_S D dS = Q$$

$$D S = Q$$

$$D = \frac{Q}{S}$$

$$E_1 = \frac{D}{\epsilon_1} = \frac{Q}{\epsilon_1 S}$$

$$E_2 = \frac{D}{\epsilon_2} = \frac{Q}{\epsilon_2 S}$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^{A_1} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{A_1}^B \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} = E_1 d_1 + E_2 d_2 = \frac{Q}{S} \left(\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} \right)$$

$$C = \frac{Q}{\frac{Q}{S} \left(\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} \right)} = \frac{1}{\frac{d_1}{S\epsilon_1} + \frac{d_2}{S\epsilon_2}}$$

b)

$$C_1 = \epsilon_1 \frac{S}{d_1}, \quad C_2 = \epsilon_2 \frac{S}{d_2}$$

$$C_1 = \frac{C_2}{6}$$

$$\epsilon_1 \frac{S}{d_1} = \frac{1}{6} \epsilon_2 \frac{S}{d_2}$$

$$d_1 = \frac{6 \cdot \epsilon_1}{\epsilon_2} d_2 = \frac{6 \cdot 2\epsilon_0}{4\epsilon_0} \cdot 0,25 \text{ m}$$

$$d_1 = 0,75 \text{ mm}$$

c)

$$U_{\max} = \frac{Q_{\max}}{C}$$

$$C = 8,1 \text{ pF}$$

$$E_{1\max} = \frac{Q_{\max 1}}{\epsilon_1 S} = E_{\check{C}1} \Rightarrow Q_{\max 1} = E_{\check{C}1} \epsilon_1 S = 31,86 \text{ nC}$$

$$E_{2\max} = \frac{Q_{\max 2}}{\epsilon_2 S} = E_{\check{C}2} \Rightarrow Q_{\max 2} = E_{\check{C}2} \epsilon_2 S = 99,12 \text{ nC}$$

$$Q_{\max} = \min\{Q_{\max 1}, Q_{\max 2}\} = Q_{\max 1} = 31,86 \text{ nC}$$

$$U_{\max} = 3,93 \text{ kV}$$

d) (bonus – 5p)

$$C_2 = \epsilon_2 \frac{S}{d_2} = 56,64 \text{ pF}$$

$$W_{e2} = \frac{1}{2} \frac{Q_{\max}^2}{C_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(31,86 \text{ n})^2}{56,64 \text{ p}}$$

$$W_{e2} = 8,96 \text{ μJ}$$

K2 Z1

a)

$$U_{12} = -E + 2RI_S = -5 + 6 \cdot 1 = 1 \text{ V}$$

$$E_{T1} = U_{12} = 1 \text{ V}$$

$$R_{T1} = R_{12} = 2R + 2R = 4R$$

$$R_{T1} = 12 \Omega$$

b)

$$I_{Se} = \frac{R_1 I_{S1} - E_1}{R_1 + R_2} = \frac{3 \cdot 4 - 6}{3 + 3} = \frac{6}{6} = 1 \text{ A}$$

$$E_{T2} = U_{41} = (I_{S1} - I_{Se}) \cdot R_e = 3 \cdot 2 = 6 \text{ V}$$

$$E_{T2} = 6 \text{ V}$$

$$R_e = (R_1 + R_2) \parallel R_3 = (3 + 3) \parallel 3 = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2 \Omega$$

$$R_{T2} = 2 \Omega$$

c)

$$R_{T3} = 0$$

$$E_{T3} = E = 5 \text{ V}$$

d)

$$R_e = R_X + R = 2R$$

$$R_e = 6 \Omega$$

e)

$$I_A = -I = -0,1 \text{ A}$$

$$U_V = U_{13} = R_{T2}I - E_{T2} + E_{T3} = 2 \cdot 0,1 - 6 + 5$$

$$U_V = -0,8 \text{ V}$$

f) (bonus – 5p)

$$P_{RX} = R_X I^2 = 3 \cdot 0,1^2$$

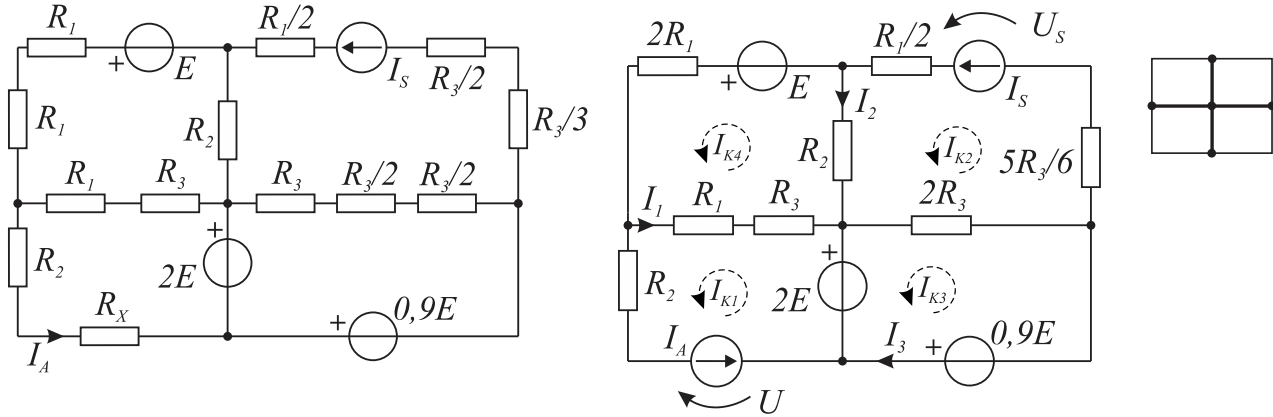
$$P_{RX} = 0,03 \text{ W}$$

g)

$$I = \frac{E_{T1} + E_{T2} - E_{T3}}{R_{T1} + R_{T2} + R_e} = \frac{1 + 6 - 5}{12 + 2 + 6} = \frac{2}{20} = 0,1 \text{ A}$$

K2 Z2

a)



$$MKS: n_g - (n_c - 1) - n_s = 8 - \underbrace{(5 - 1)}_{4 \text{ konture}} - 2 = 2 \text{ jednačine}$$

$$I_{K1} = I_A = 1 \text{ A}$$

$$I_{K2} = I_S = 1 \text{ A}$$

$$I_{K3} 2R_3 - I_{K2} 2R_3 = -2E - 0,9E$$

$$I_{K4} (2R_1 + R_1 + R_3 + R_2) - I_{K1} (R_1 + R_3) - I_{K2} R_2 = +E$$

$$I_{K3} 30 - 1 \cdot 30 = -20 - 9$$

$$I_{K4} (10 + 5 + 15 + 10) - 1 \cdot (5 + 15) - 1 \cdot 10 = +10$$

$$30I_{K3} = -29 + 30 \quad \Rightarrow \quad I_{K3} = 33,33 \text{ mA}$$

$$40I_{K4} = 10 + 20 + 10 \quad \Rightarrow \quad I_{K4} = 1 \text{ A}$$

$$U = -R_2 I_A + (R_1 + R_3) I_1 + 2E = -R_2 I_A + (R_1 + R_3) \cdot (I_{K4} - I_{K1}) + 2E = -10 \cdot 1 + (5 + 15) \cdot (1 - 1) + 20 = 10 \text{ V}$$

$$R_X = \frac{U}{I_A} = \frac{10}{1} \quad \boxed{R_X = 10 \Omega}$$

b)

$$P_{IS} = U_S I_S$$

$$U_S = \frac{R_1}{2} I_S + R_2 I_2 + 2E + 0,9E + \frac{5R_3}{6} I_S = \frac{5}{2} I_S + R_2 (I_{K2} - I_{K4}) + 2,9E + \frac{5 \cdot 15}{6} I_S =$$

$$U_S = 2,5 \cdot 1 + 10 \cdot (1 - 1) + 2,9 \cdot 10 + 12,5 \cdot 1 = 2,5 + 29 + 12,5 = 44 \text{ V}$$

$$P_{IS} = U_S I_S = 44 \cdot 1$$

$$\boxed{P_{IS} = 44 \text{ W}}$$

$$P_{0,9E} = 0,9E I_3 = 0,9E (-I_{K3}) = 9 \cdot (-33,33 \text{ m})$$

$$\boxed{P_{0,9E} = -0,3 \text{ W}}$$

c)

$$P_{R13} = (R_1 + R_3) I_1^2 = (R_1 + R_3) (I_{K4} - I_{K1})^2 = (5 + 15) \cdot 0^2$$

$$\boxed{P_{R13} = 0 \text{ W}}$$

$$P_{RX} = R_X I_A^2 = 10 \cdot 1^2$$

$$\boxed{P_{RX} = 10 \text{ W}}$$