

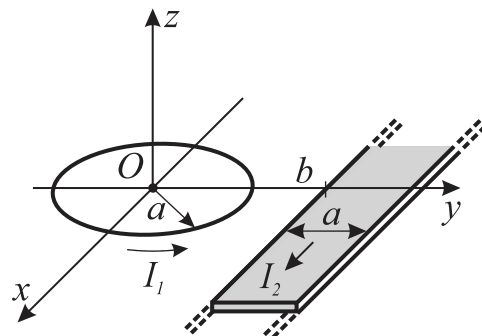
Osnovi elektrotehnike 2
(I kolokvijum)

ZADACI

Zadatak 1. Na slici 1 su prikazani tanka žičana kontura u vidu kružnog prstena poluprečnika a , sa vremenski konstantnom strujom jačine I_1 i veoma dugačak, tanak, trakasti provodnik, širine a , sa strujom jačine I_2 . Obe strukture leže u x - y ravni zadanog Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema. Trakasti provodnik je postavljen paralelno sa x osom na rastojanju b od ose. Sistem se nalazi u vazduhu.

- Odrediti, u opštim brojevima, izraz za vektor magnetske indukcije koji u koordinatnom početku O , stvara prsten.
- Odrediti, u opštim brojevima, izraz za vektor magnetske indukcije koji u koordinatnom početku O , stvara trakasti provodnik.
- Odrediti intenzitet struje I_2 , kroz veoma dugačak trakasti provodnik, kako bi rezultatni vektor magnetske indukcije u tački O bio jednak nuli.

Brojni podaci su: $I_1 = 1$ A, $a = 3$ cm, $b = 2a$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

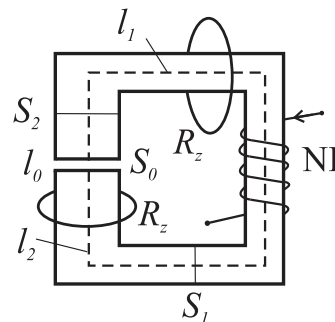


Slika 1.

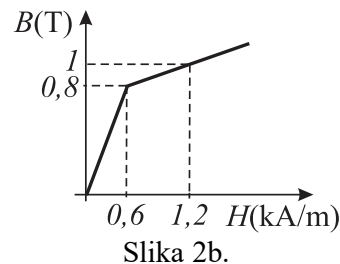
Zadatak 2. Na slici 2a je prikazano tanko magnetsko kolo načinjeno od feromagnetskog materijala čija je idealizovana kriva prvobitnog magnetisanja prikazana na slici 2b. Pre uključivanja struje u namotaju, jezgro je bilo nenamagnetisano. Postepenim povećanjem struje u namotaju, dostignuta je vrednost magnetskog polja $H_1 = 1,5$ kA/m u grani sa namotajem. Odrediti:

- Broj amperzavojaka, potrebnih da se dostigne data jačina magnetskog polja, H_1 .
- Smer i količinu naelektrisanja, q , kroz probne zavojke otpornosti $R_z = 20$ Ω , prilikom uspostavljanja polja
- Energiju sadržanu u široj grani magnetskog kola.

Brojni podaci su: $l_1 = 14$ cm, $l_2 = 6$ cm, $l_0 = 0,5$ mm, $S_1 = 1,8$ cm², $S_2 = S_0 = 2,5$ cm².



Slika 2a.



Slika 2b.

PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je sakupiti više od 50% od ukupnog broja poena na zadacima. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

Osnovi elektrotehnike 2
(II kolokvijum)

ZADACI

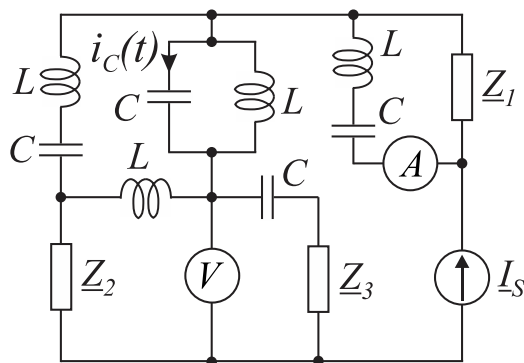
Zadatak 1. U električnom kolu prostoperiodične struje sa slike 1, odrediti:

- pokazivanje ampermetra i voltmetra,
- aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu generatora I_s ,
- trenutnu vrednost jačine struje $i_c(t)$.

Brojni podaci su:

$$I_s = 150 \text{ mA}, X_L = X_C = 0,05 \text{ k}\Omega,$$

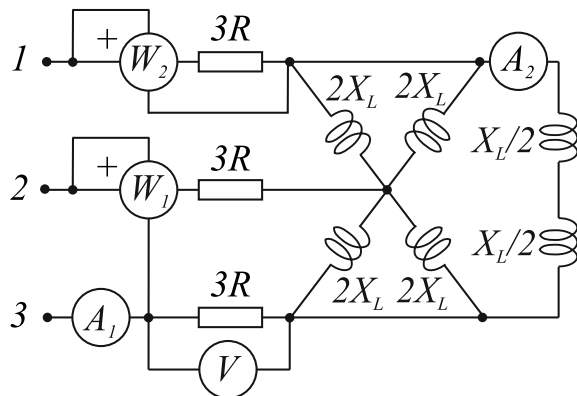
$$\underline{Z}_1 = (5-j2) \Omega, \underline{Z}_2 = (2+j2) \Omega, \underline{Z}_3 = (8+j4) \Omega.$$



Slika 1.

Zadatak 2. Trofazni prijemnik, reaktanse $X_L = 45 \Omega$, priključen je preko trofaznog voda otpornosti $R = 5 \Omega$, na simetričnu trofaznu mrežu faznog napona prve faze $\underline{U}_1 = 230 \text{ V}$, kao što je prikazano na slici 2.

- Odrediti pokazivanja idealnih mernih instrumenata.
- Skicirati fazorski dijagram faznih napona mreže i svih fazora veličina od kojih zavisi pokazivanje instrumenata.



Slika 2.

PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je sakupiti više od 50% od ukupnog broja poena na zadacima. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

K1 Z1

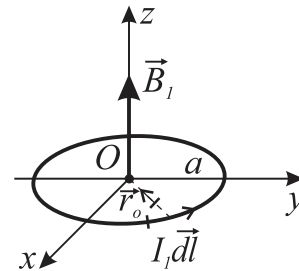
a)

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 d\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 dl}{a^2}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi a^2} \int_0^{2\pi a} dl = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi a^2} 2\pi a = \frac{\mu_0 I_1}{2a}$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2a} \vec{i}_z$$



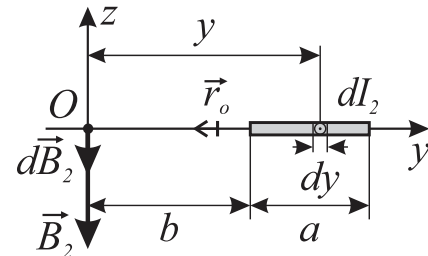
b)

$$\frac{dI_2}{I_2} = \frac{dy}{a}$$

$$dB_2 = \frac{\mu_0 dI_2}{2\pi y} = \frac{\mu_0 I_2 \frac{dy}{a}}{2\pi y} = \frac{\mu_0 I_2 dy}{2\pi a y}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \int_b^{b+a} \frac{dy}{y} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \ln \frac{b+a}{b}$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \ln \frac{b+a}{b} (-\vec{i}_z)$$



c)

Po uslovu zadatka: $B_1 = B_2$

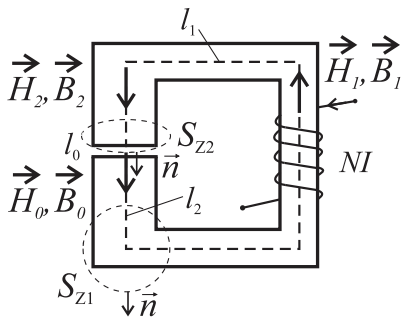
$$\frac{\mu_0 I_1}{2a} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \ln \frac{b+a}{b}$$

$$I_2 = \frac{I_1 \pi}{\ln \frac{b+a}{b}} = \frac{\pi}{\ln \frac{3}{2}} = 7,75 \text{ A}$$

$$I_2 = 7,75 \text{ A}$$

K1 Z2

a)



$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

$$H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_0 \cdot l_0 = NI \quad (1)$$

$$\oint_{S_{Z1}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\Phi_2 = \Phi_1$$

$$B_2 \cdot S_2 = B_1 \cdot S_1 \quad (2)$$

$$\oint_{S_{Z2}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\Phi_2 = \Phi_0$$

$$B_2 \cdot S_2 = B_0 \cdot S_0, \quad (S_2 = S_0)$$

$$B_2 = B_0 \quad (3)$$

$$H_1 = 1,5 \frac{kA}{m} \text{ sledi da je } B_1 \text{ u drugom delu krive}$$

$$B - 0,8 = \frac{1 - 0,8}{1200 - 600} (H - 600)$$

$$B = \frac{0,2}{600} H + 0,6$$

$$B_1 = \frac{0,2}{600} \cdot 1500 + 0,6 = 1,1 T$$

$$\text{Iz (2) sledi } B_2 = \frac{S_1}{S_2} B_1 = \frac{1,8}{2,5} \cdot 1,1 = 0,792 T < 0,8 T$$

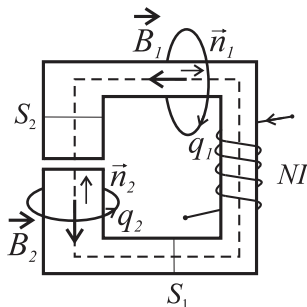
$$H_2 = \frac{B_2}{\mu} = \frac{0,792}{0,8} = 594 \frac{A}{m}$$

$$\text{Iz (3) sledi } B_0 = B_2 = 0,792 T$$

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = 630,253 \frac{kA}{m}$$

$$\text{Iz (1) sledi } NI = 1500 \cdot 0,14 + 594 \cdot 0,06 + 630,253 k \cdot 0,5 m = \boxed{560,77 \text{ Azav}}$$

b)



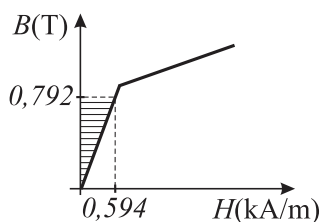
$$q = -\frac{1}{R_Z} (\Phi_{kr} - \Phi_{poc})$$

$$\Phi_{poc} = 0$$

$$q_1 = q_2 \text{ pošto je } \Phi_1 = \Phi_2$$

$$q_1 = q_2 = \frac{1}{R_Z} \cdot B_1 S_1 = \frac{1}{R_Z} \cdot B_2 S_2 = \boxed{9,9 \mu C}$$

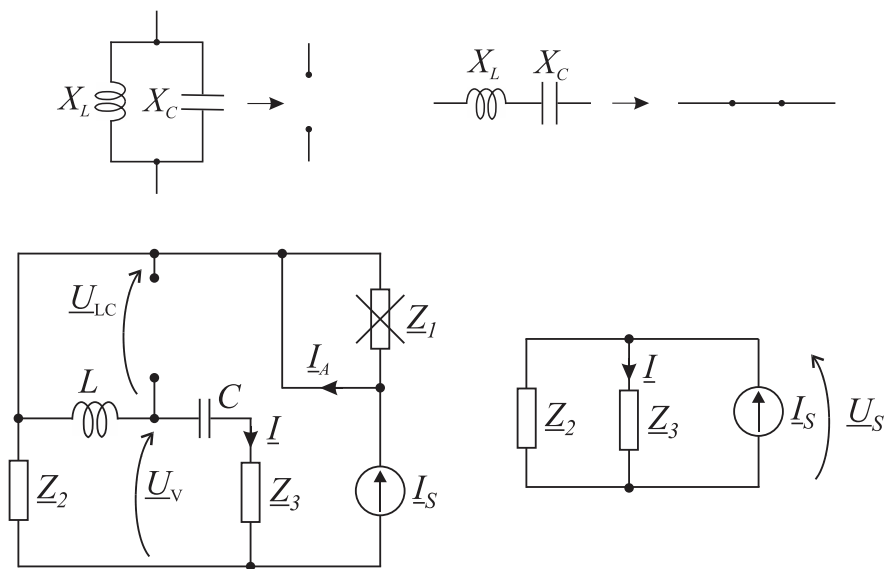
c)



$$W_m = \int_{V_2} w_m \cdot dV = \frac{1}{2} B_2 H_2 \cdot l_2 S_2 = \frac{1}{2} 0,792 \cdot 594 \cdot 0,06 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} = \boxed{3,53 mJ}$$

K2 Z1

a)



$$\underline{I}_A = \underline{I}_S = 150 \text{ mA}$$

$$I_A = 150 \text{ mA}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} \underline{I}_S = \frac{2 + j2}{2 + j2 + 8 + j4} \cdot 0,15 = (35,3 + j8,8) \text{ mA}$$

$$\underline{U}_V = (\underline{Z}_C + \underline{Z}_3) \underline{I} = (-j0,05 + j0,008 + j0,004) \text{ k}\Omega (35,3 + j8,8) \text{ mA} = (0,69 - j1,55) \text{ V}$$

$$U_V = \sqrt{0,69^2 + 1,55^2} = 1,7 \text{ V}$$

b)

$$\underline{S}_S = \underline{U}_S \cdot \underline{I}_S^* = \underline{Z}_3 \underline{I} \cdot \underline{I}_S^* = (37 + j32) \text{ mVA}$$

$$P_S = 37 \text{ mW} \quad Q_S = 32 \text{ mVar} \quad S_S = |\underline{S}_S| = 48,8 \text{ mVA}$$

c)

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_{LC}}{\underline{Z}_C} = \frac{\underline{Z}_L \underline{I}}{\underline{Z}_C} = \frac{jX_L \underline{I}}{-jX_C} = -\underline{I} = (-35,3 - j8,8) \text{ mA} = \sqrt{35,3^2 + 8,8^2} e^{j \arctg \frac{-8,8}{-35,3}} \text{ mA} = 36,4 e^{-j(180^\circ - 14^\circ)} \text{ mA}$$

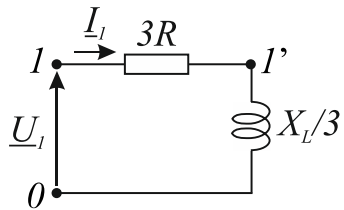
$$\underline{I}_C = 36,4 e^{-j166^\circ} \text{ mA}$$

$$i_C(t) = 36,4 \sqrt{2} \cos(\omega t - 166^\circ) \text{ mA}$$

Kompleksna jačina struje $\underline{I}_C$ se nalazi u trećem kvadrantu kompleksne ravnine (negativan realni deo, negativan imaginarni deo). Zbog toga je ugao $\psi = -166^\circ$ a ne 14° koliko se dobija računanjem pomoću kalkulatora.

K2 Z2

a)



$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{3R + j\frac{X_L}{3}} = \frac{230 e^{j0^\circ}}{(15 + j15)} = \frac{230 e^{j0^\circ}}{15\sqrt{2}e^{j45^\circ}} = 10,84 e^{-j45^\circ} \text{ A}$$

$$I_{A1} = |\underline{I}_3| = I_1$$

$$\boxed{I_{A1} = 10,84 \text{ A}}$$

$$U_V = 3R \cdot I_{A1}$$

$$\boxed{U_V = 162,6 \text{ V}}$$

$$I_{A2} = \frac{|\underline{I}_1|}{\sqrt{3}} = \frac{10,84}{\sqrt{3}}$$

$$\text{ili } I_{A2} = \frac{|\underline{U}'_{13}|}{X_L} = \frac{\sqrt{3} \frac{X_L}{3} |\underline{I}_1|}{X_L}$$

$$\boxed{I_{A2} = 6,26 \text{ A}}$$

$$P_{W1} = \operatorname{Re}\{\underline{U}_{23} \underline{I}_2^*\} = U_{23} I_2 \cos \angle(\underline{U}_{23}, \underline{I}_2) = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos(30^\circ + 45^\circ) = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 10,84 \cdot \cos 75^\circ$$

$$\boxed{P_{W1} = 1117,67 \text{ W}}$$

$$P_{W2} = \operatorname{Re}\{\underline{U}_{11'} \underline{I}_1^*\} = \operatorname{Re}\{3R \underline{I}_1 \underline{I}_1^*\} = 3R I_1^2$$

$$\boxed{P_{W2} = 1762,58 \text{ W}}$$

b)

