

Zaštita životne sredine i zaštita na radu

Elektrotehnika, okolina i zaštita

Prvi deo kursa - 7 nedelja

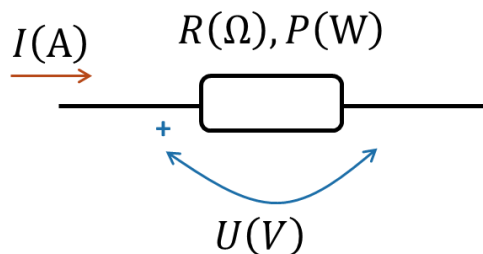
dr Miodrag Milutinov

- kabinet 132 NTP
- miodragm@uns.ac.rs

Drugi deo kursa – 7 nedelja

dr Marko Vekić

Podsećanje sa prošlog časa ...

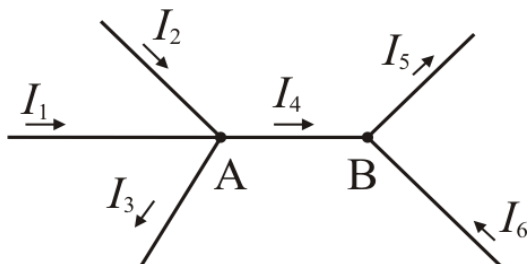


$$U = RI$$

Omov zakon

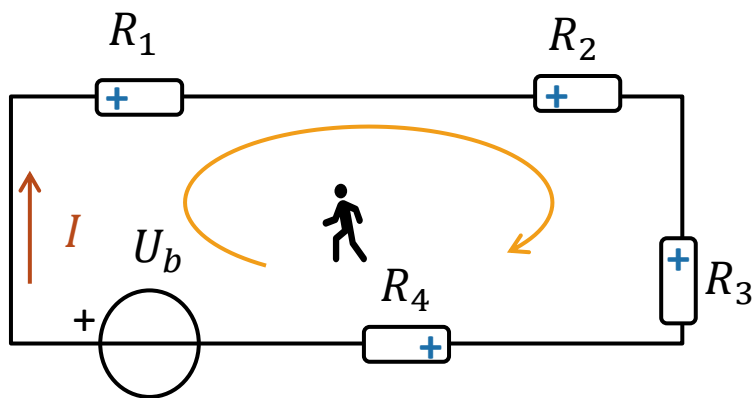
$$P = UI$$

Džulov zakon



$$\sum_{\text{u čvor}} I = \sum_{\text{iz čvora}} I$$

Prvi Kirhofov zakon

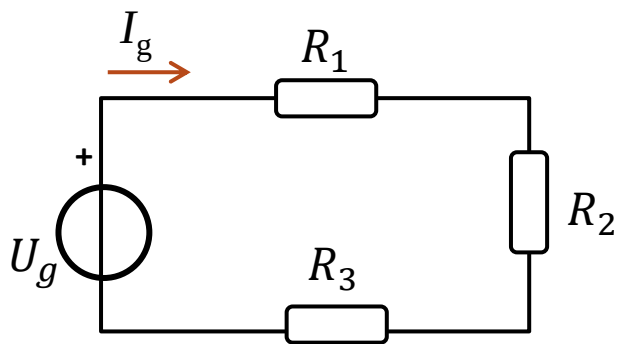


$$\sum \pm U = 0$$

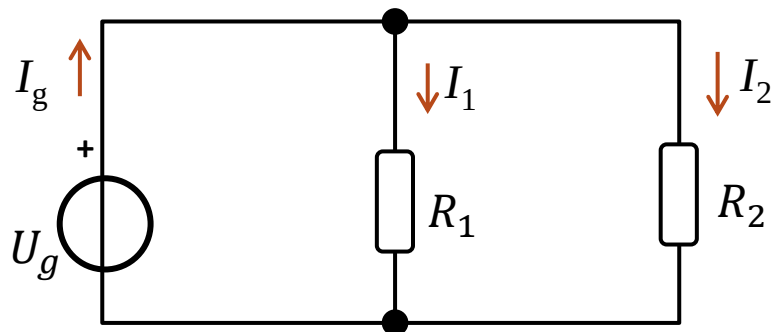
Drugi Kirhofov zakon

Ako naiđemo na + kraj elementa, napon ulazi u zbir sa pozitivnim predznakom.

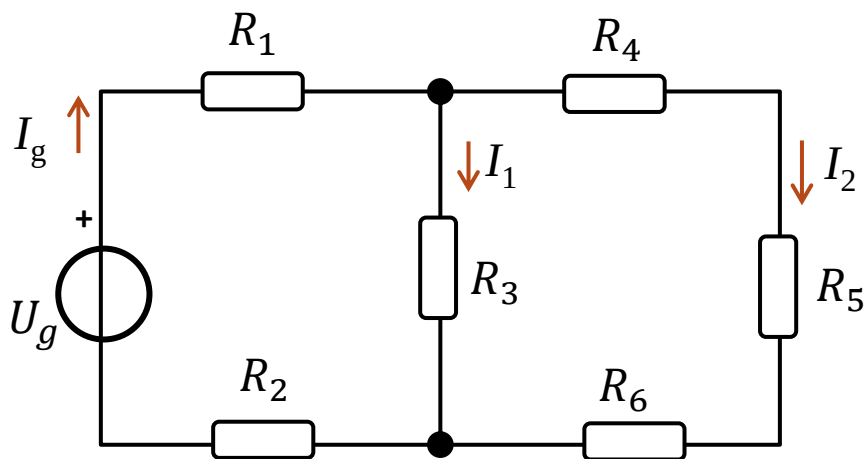
Podsećanje sa prošlog časa ...



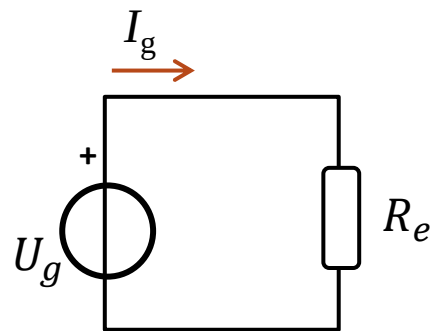
Redna kola.



Paralelna kola.



Složena kola.

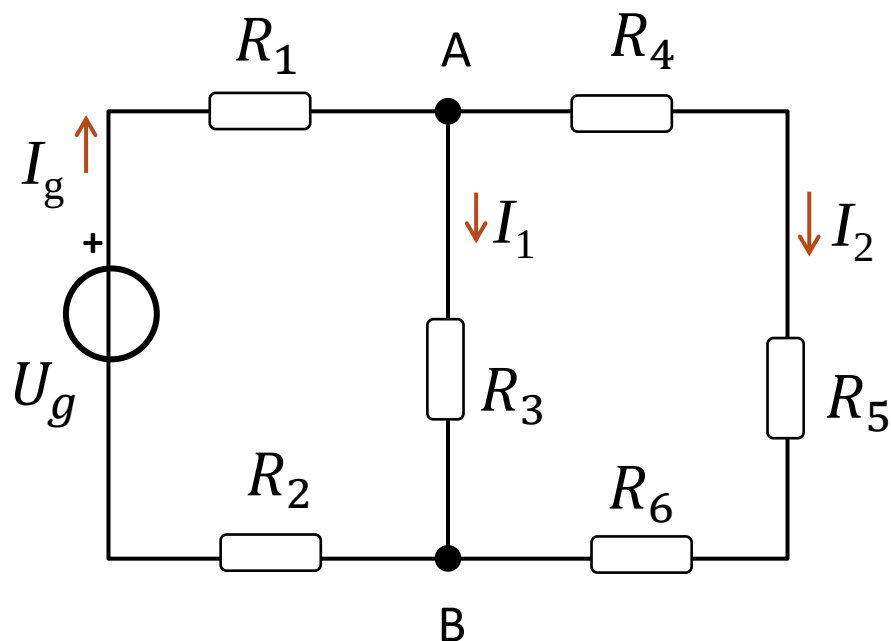


Složena električna kola

Kako odrediti struje I_g , I_1 i I_2 ?

U složenom kolu sa N grana imamo N struja.

Potrebno je napisati N jednačina po I i II Kirhofovom zakonu.



Broj jednačina po I KZ: $N_{\check{c}} - 1$

$N_{\check{c}}$ (broj čvorova)

Broj jednačina po II KZ:

$$N_k = N - (N_{\check{c}} - 1)$$

N_k (broj kontura)

Složena električna kola

$$A) \quad I_g = I_1 + I_2$$

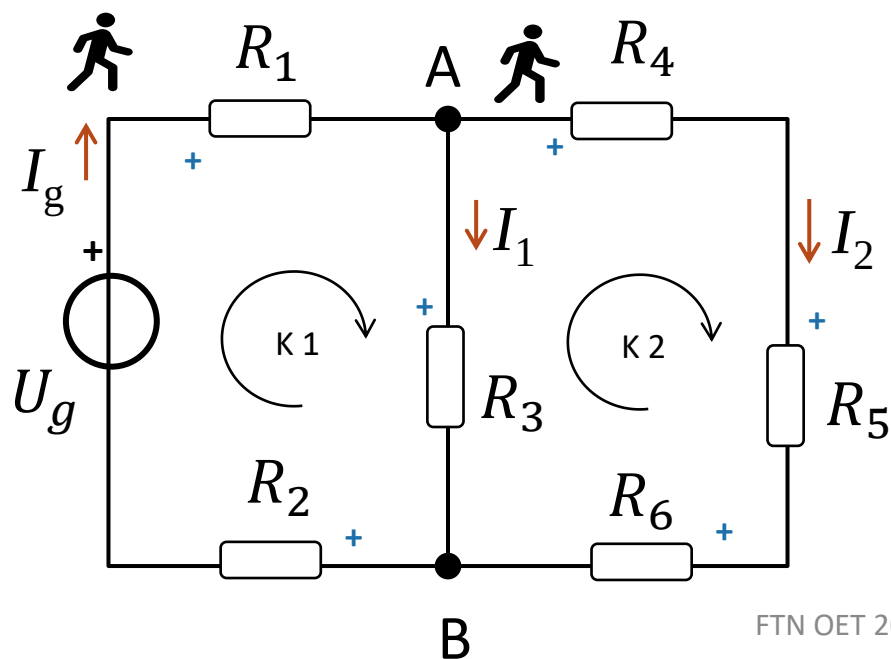
$$k1) \quad +R_1 I_g + R_3 I_1 + R_2 I_g - U_g = 0$$

$$k2) \quad +R_4 I_2 + R_5 I_2 + R_6 I_2 - R_3 I_2 = 0$$

$$\sum \pm U = 0$$

Ako nađemo na + kraj elementa, napon ulazi u zbir sa pozitivnim predznakom.

Smer obilaska i polazna tačka su proizvoljni.



Primer

Električno kolo sa 3 grane i dva čvora u kome su poznate sve otpornosti i napon generatora.

1 jednačina po I KZ

2 jednačine po II KZ

Složena električna kola

$$k1) \quad R_1(I_1 + I_2) + R_3I_1 + R_2(I_1 + I_2) = U_g$$

$$k2) \quad (R_4 + R_5 + R_6)I_2 - R_3I_2 = 0$$

$$k1) \quad (R_1 + R_3 + R_2)I_1 + (R_1 + R_2)I_2 = U_g$$

$$k1) \quad R_{e1}I_1 + R_{e2}I_2 = U_g$$

$$k2) \quad R_{e3}I_2 - R_3I_2 = 0$$

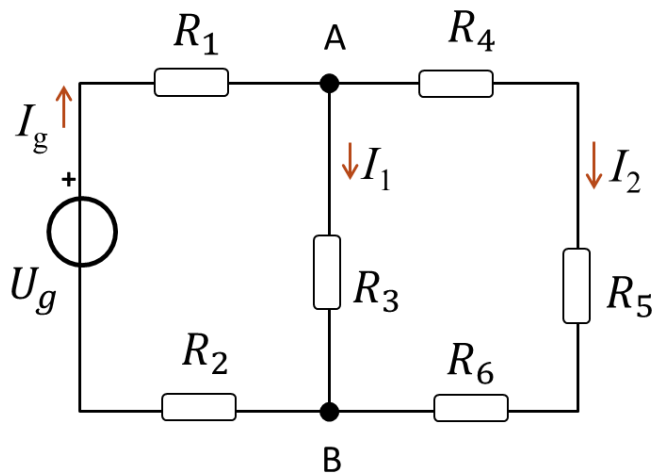
Nakon rešavanja sistema jednačina 2 x 2 dobijaju se struje I_1 i I_2

Uvrštavanjem u prvu jednačinu (A) dobija se struja I_g

Složena električna kola

U kolu u kome su poznate sve otpornosti i napon na jednom otporniku.

1. Primenom Omovog zakona se odredi jačina struje tog otpornika.
2. Koristeći isti set jednačina odrede se ostale struje i napon generatora.

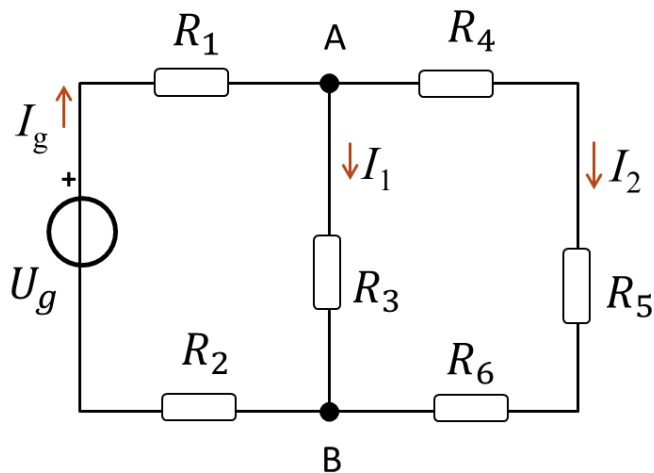


$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 30\Omega, R_4 = 40\Omega, R_5 = 50\Omega, \\ R_6 = 60\Omega, U_5 = 25V. U_g = ?$$

Složena električna kola

U kolu u kome su poznate sve otpornosti i snage dva elementa.

1. Primenom Džulovog zakona se odrede jačine struja.
2. Koristeći isti set jednačina odrede se ostale struje i napon generatora.

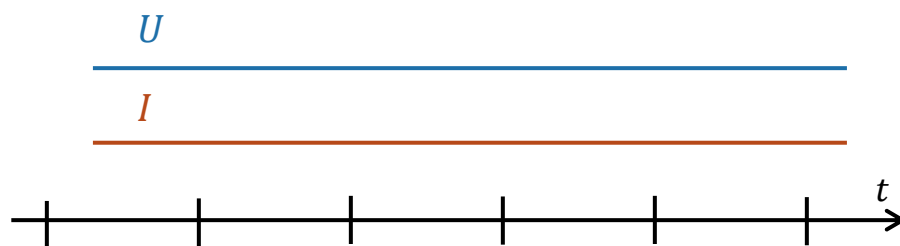
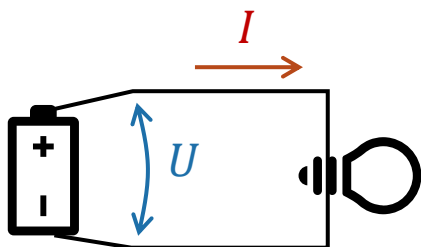


$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 30\Omega, R_4 = 40\Omega, R_5 = 50\Omega, \\ R_6 = 60\Omega, P_3 = 120\text{W}, P_1 = 90\text{W}, U_g = ?$$

Prostoperiodični (AC) naponi i struje

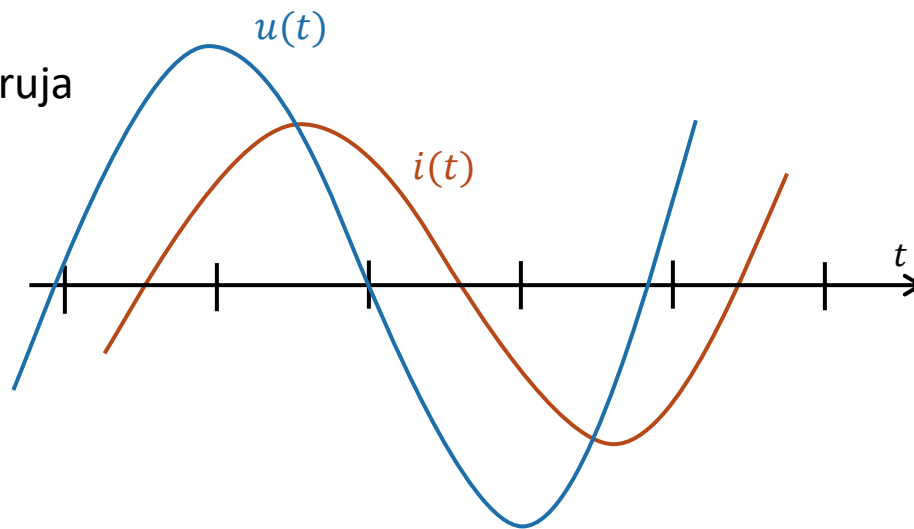
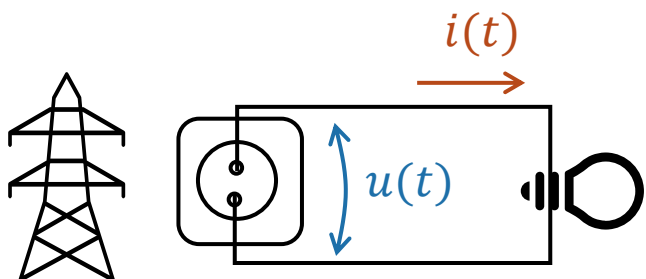
DC – *Direct Current*

Vremenski konstantna ili jednosmerna struja



AC – *Alternating Current*

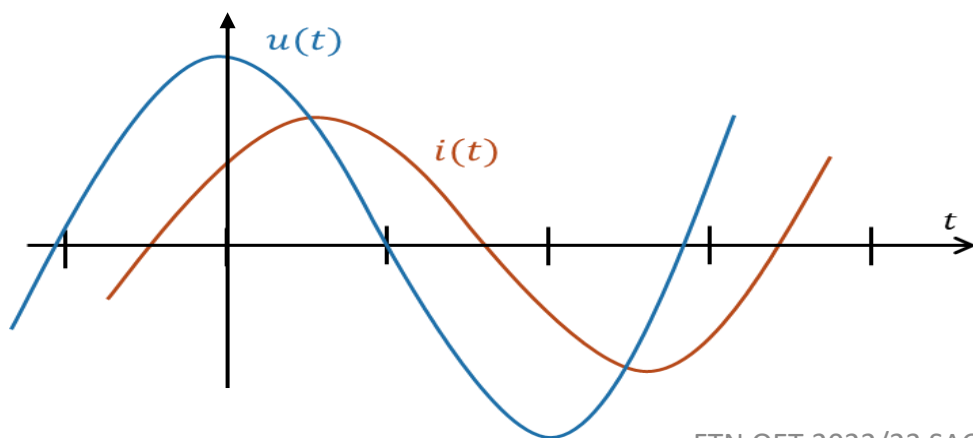
Vremenski promenljiva ili naizmenična struja



Prostoperiodični naponi i struje

Naponi i struje su potpuno opisani sa:
amplitudom, kružnom frekvencijom i početnom fazom.

	$u = U_m \cos(\omega t + \theta)$	$i = I_m \cos(\omega t + \psi)$
Amplituda	U_m [V]	I_m [A]
Kružna frekvencija	ω [rad/s]	ω [rad/s]
Početna faza	θ [rad]	ψ [rad]

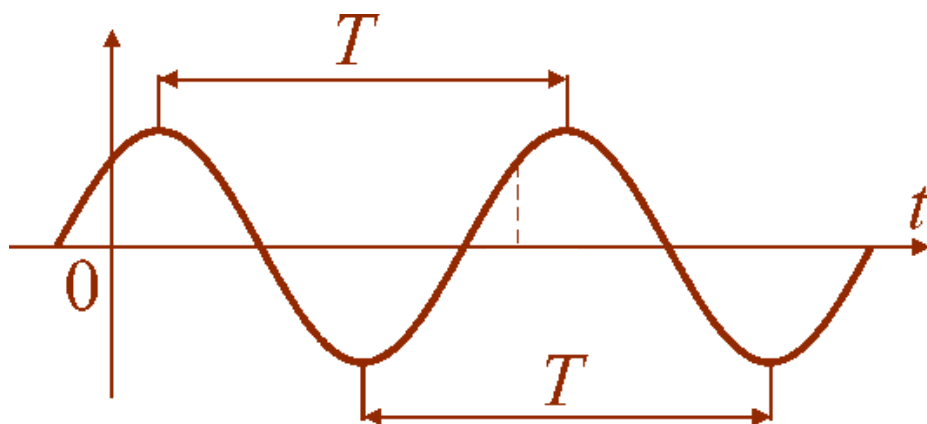


Fazna razlika
(Razlika početnih faza) :

$$\varphi = \theta - \psi$$

Prostoperiodični naponi i struje

Frekvencija f [Hz] - broj ponavljanja u jedinici vremena



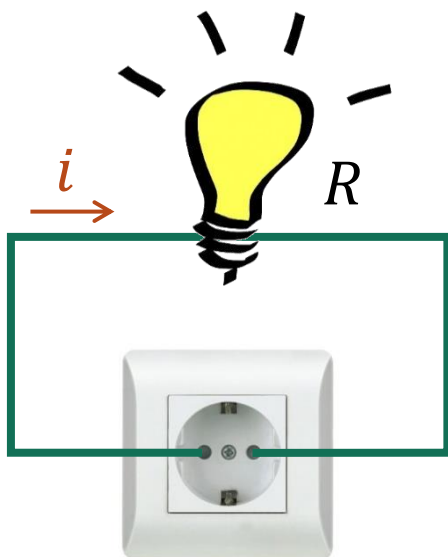
$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

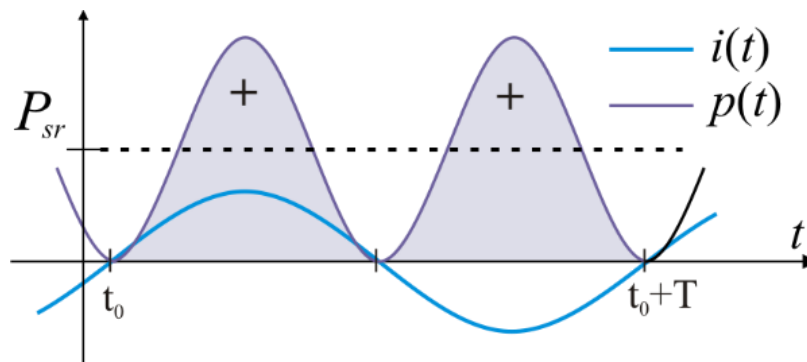
Osnovna perioda T [s] - najkraći vremenski interval između dva ponavljanja.

Efektivna vrednost

$$i = I_m \cos(\omega t)$$



$$p = Ri^2 = RI_m^2 \cos^2(\omega t)$$



$$P_{sr} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p dt = R \frac{I_m^2}{2} = R \left(\frac{I_m}{\sqrt{2}} \right)^2 = RI^2$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Efektivna vrednost struje

$$P_{sr} = \frac{U^2}{R}$$

$$I_m = I\sqrt{2}$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Efektivna vrednost napona

$$U_m = U\sqrt{2}$$

Efektivna vrednost

$$u = U\sqrt{2} \cos(\omega t)$$

$$u = 220\sqrt{2} \cos(314t) \text{ V}$$

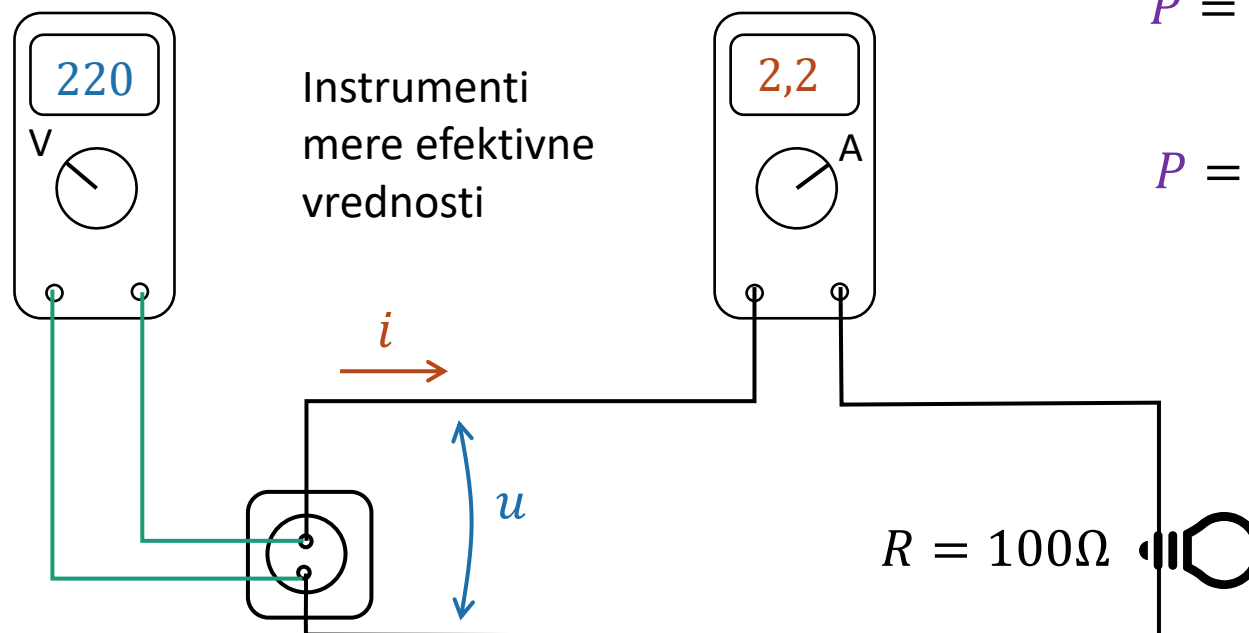
$$i = I\sqrt{2} \cos(\omega t)$$

$$i = 2,2\sqrt{2} \cos(\omega t) \text{ A}$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220}{100} = 2,2 \text{ A}$$

$$P = RI^2 = 484 \text{ W}$$

$$P = \frac{U^2}{R} = 484 \text{ W}$$



Snage su srazmerne kvadratima efektivne vrednosti.

Primer 1

Dat je prostoperiodičan napon

$$u = 35 \cos(314t + \pi/6) \text{ V}$$

Odrediti njegovu

- a) maksimalnu vrednost
- b) efektivnu vrednost
- c) kružnu frekvenciju
- d) početnu fazu
- e) frekvenciju
- f) osnovnu periodu

Poređenjem sa standardnim oblikom

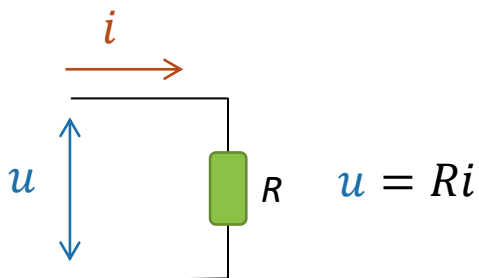
$$u = U_m \cos(\omega t + \theta) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \theta)$$

dobija se:

- a) $U_m = 35 \text{ V}$
- b) $U = 35/\sqrt{2} = 24,82 \text{ V}$
- c) $\omega = 314 \text{ rad/s}$
- d) $\theta = \pi/6 \text{ rad}$
- e) $f = \omega/(2\pi) = \frac{314}{6,28} = 50 \text{ Hz}$
- f) $T = 1/f = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ s}$

Napon i struja u električnim kolima

Otpornik

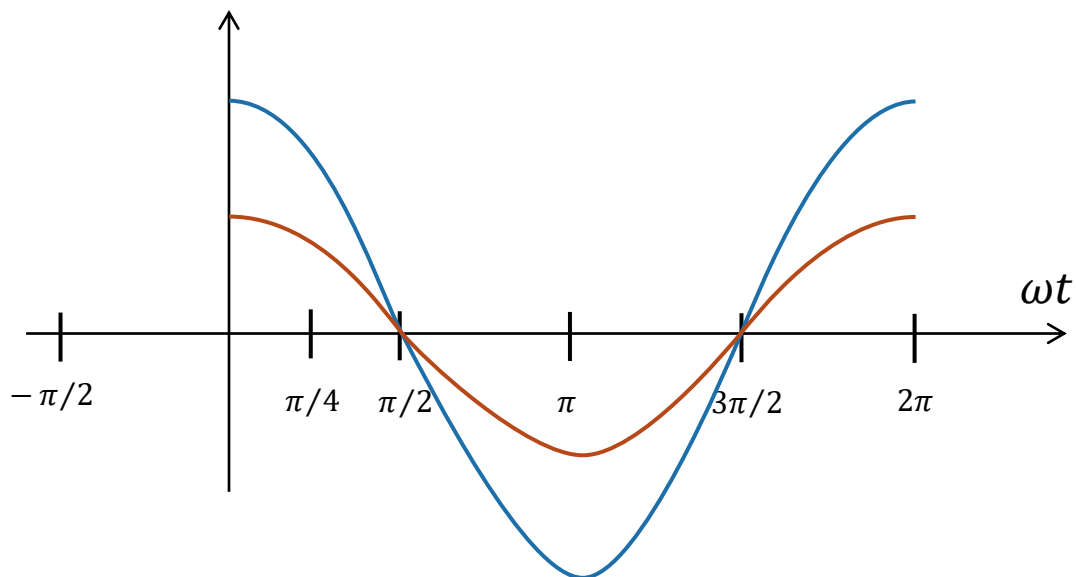


$$i = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

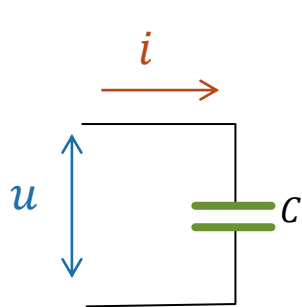
$$u = RI_m \cos(\omega t + \psi)$$

$$= U_m \cos(\omega t + \theta)$$

- $U_m = RI_m$, $U = RI$
- $\theta = \psi$
- Fazna razlika
(Razlika početnih faza) :
 $\varphi = \theta - \psi = 0$



Napon i struja u električnim kolima



Kondenzator

$$i = C \frac{du}{dt}$$

$$u = U_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$i = -\omega C U_m \sin(\omega t + \theta) = \omega C U_m \cos(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2})$$

$$i = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

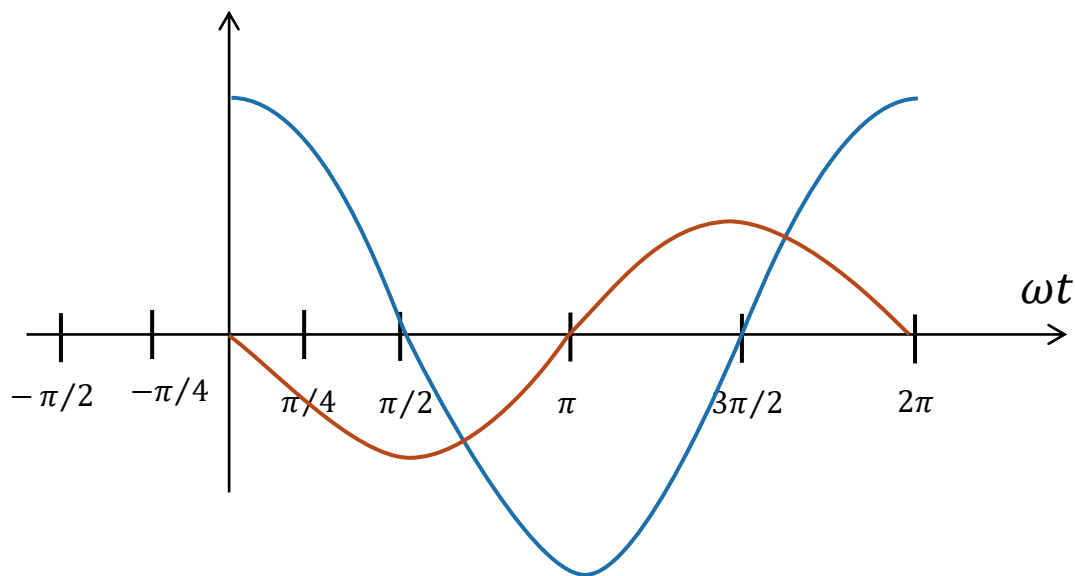
$$I_m = \omega C U_m$$

$$I = \omega C U$$

$$\psi = \theta + \frac{\pi}{2}$$

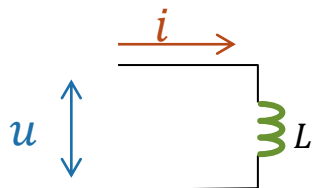
Struja je uvek ispred napona za $\pi/2$.

$$\varphi = \theta - \psi = -\frac{\pi}{2}$$



Napon i struja u električnim kolima

Kalem



$$u = L \frac{di}{dt}$$

$$i = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

$$u = -\omega L I_m \sin(\omega t + \psi) = \omega L I_m \cos(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2})$$

$$u = U_m \cos(\omega t + \theta)$$

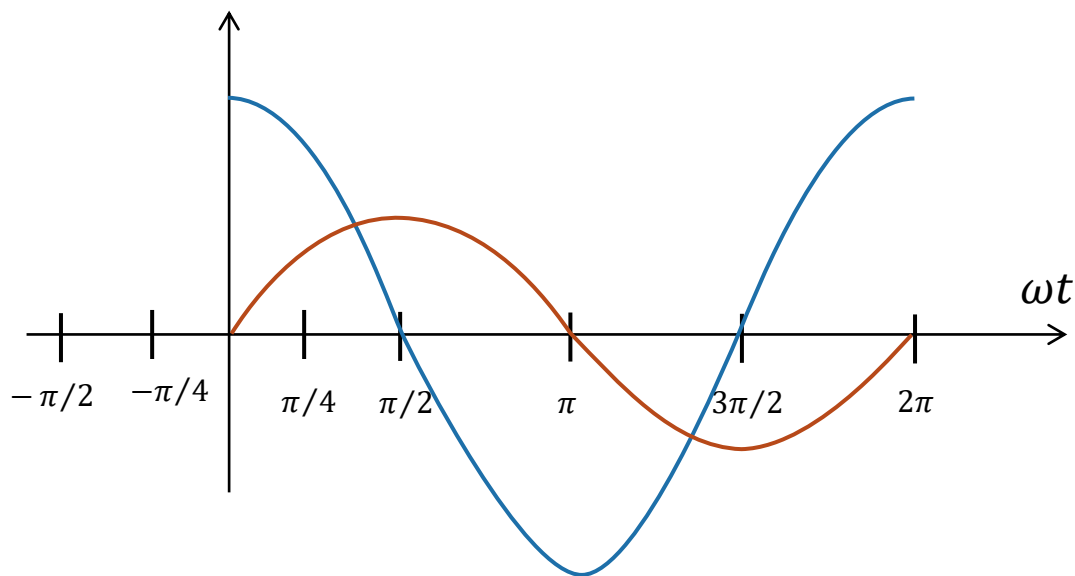
$$U_m = \omega L I_m$$

$$U = \omega L I$$

$$\theta = \psi + \frac{\pi}{2}$$

Napon je uvek
ispred struje za $\pi/2$.

$$\varphi = \theta - \psi = +\frac{\pi}{2}$$



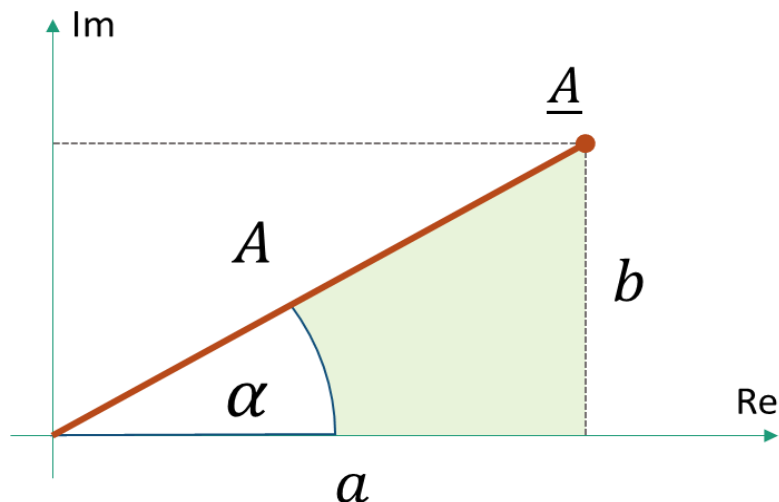
Kompleksni brojevi

Eksponencijalni oblik

$$\underline{A} = A e^{j\alpha}$$

A – moduo

α – argument



Algebarski oblik

$$\underline{A} = a + jb$$

a – realni deo

b – imaginarni deo

$$a = A \cos \alpha, \quad b = A \sin \alpha$$

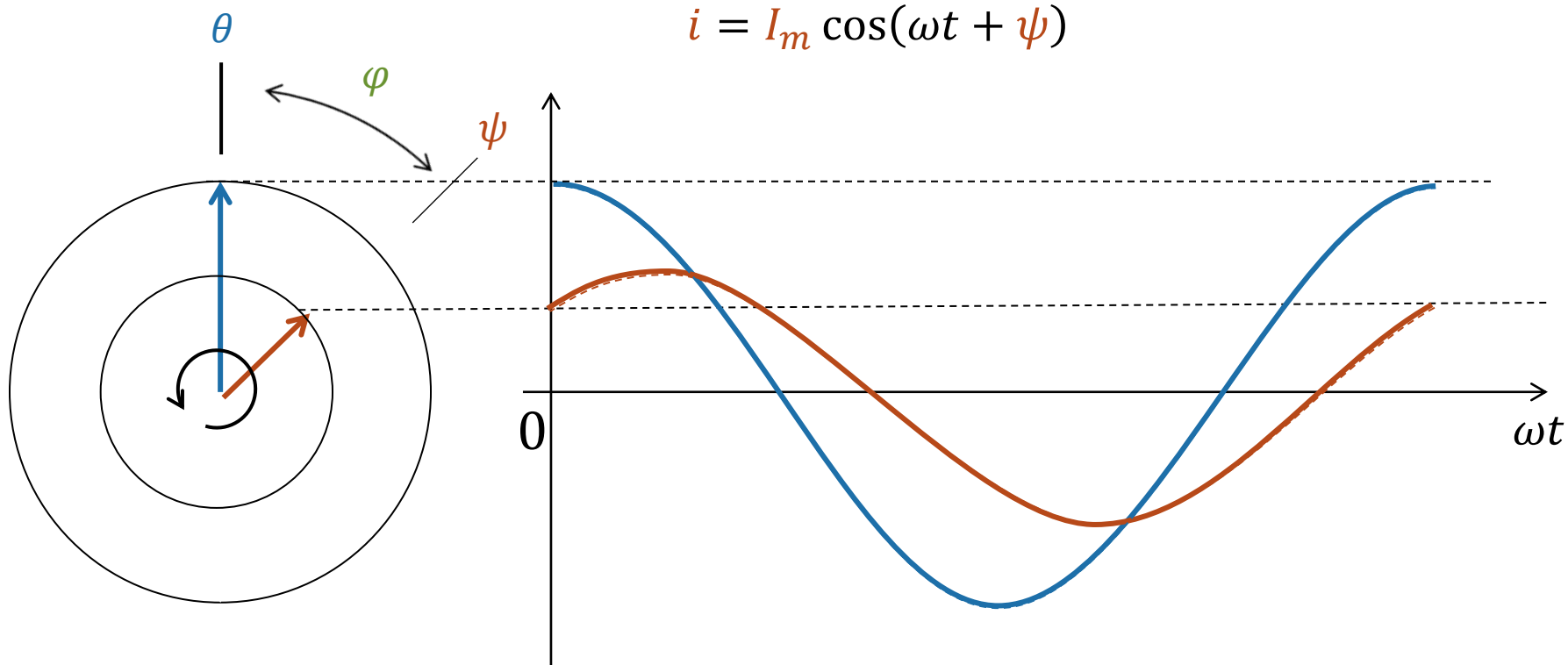
$$A = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \alpha = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

Kompleksni predstavnici napona i struje

Fazori – obrtni vektori

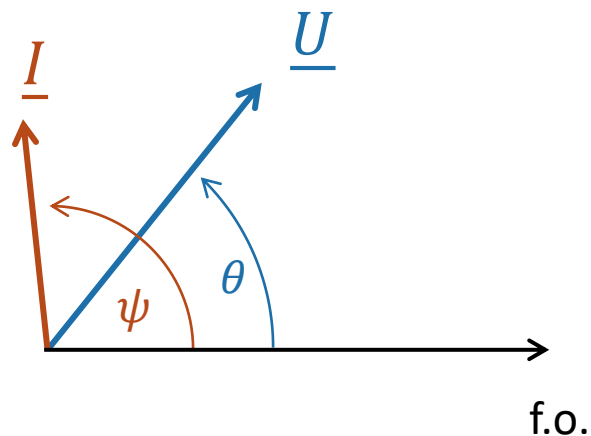
$$u = U_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$i = I_m \cos(\omega t + \psi)$$



Kompleksni predstavnici napona i struje

Vremenski oblik	$u = U_m \cos(\omega t + \theta)$	$i = I_m \cos(\omega t + \psi)$
Kompleksni predstavnik	$\underline{U} = U e^{j\theta}$	$\underline{I} = I e^{j\psi}$
Moduo = efektivna vrednost	$U = U_m / \sqrt{2}$	$I = I_m / \sqrt{2}$
Argument = početna faza	θ	ψ



Kompleksni predstavnici napona i struje

PRIMER

$$u = 28,2 \cos(\omega t - \pi/3) \text{ V}$$

$$U_m = 28,2\text{V}, \quad U = 20\text{V}$$

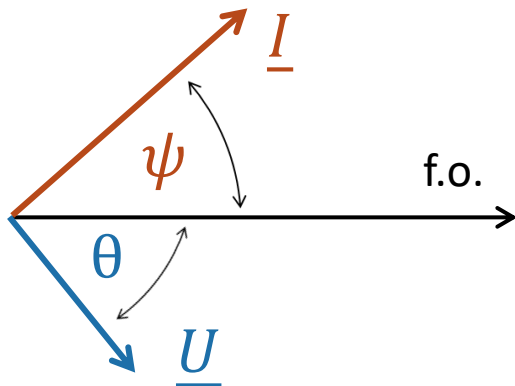
$$\theta = -\pi/3, \quad \underline{U} = 20e^{-j\pi/3}\text{V}$$

PRIMER

$$i = 10\sqrt{2}\cos(\omega t + \pi/4)\text{A}$$

$$I_m = 10\sqrt{2}\text{A} \quad I = 10\text{A}$$

$$\psi = \pi/4 \quad \underline{I} = 10e^{j\pi/4}\text{A}$$



Kompleksni predstavnici napona i struje

$$\underline{U} = U e^{j\theta}$$

$$\underline{U} = U \cos \theta + jU \sin \theta$$

$$\underline{I} = I e^{j\psi}$$

$$\underline{I} = I \cos \psi + jI \sin \psi$$

PRIMER

$$\begin{aligned}\underline{U} &= 20e^{-j\pi/3} \text{ V} = \\ &= 20 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + j \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right) \text{ V}\end{aligned}$$

$$\underline{U} = (10 - j10\sqrt{3}) \text{ V}$$

PRIMER

$$\begin{aligned}\underline{I} &= 10e^{j\pi/4} \text{ A} = \\ &= 10 \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} \right) + j \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \right) \text{ A}\end{aligned}$$

$$\underline{I} = (5\sqrt{2} + j5\sqrt{2}) \text{ A}$$

Pitanja

1. Kako glasi drugi Kirhofov zakon? Da li je bitan smer obilaska konture?
2. Koliko jednačina pišemo po prvom i drugom KZ u kolu sa 5 grana i 3 čvora?
3. Kada kažemo da je neka funkcija prostoperiodična?
4. Da li je sledeća funkcija prostoperiodična: $i(t) = I_m \cos(\omega t + \pi)$?
5. Navesti nazive svih parametara (veličina) u izrazu: $i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$.
6. Koja tri parametra jednoznačno određuju prostoperiodičnu funkciju?
7. Šta je fazna razlika napona i struje?
8. Kolika je fazna razlika napona $u(t) = 20 \cos(\omega t + \pi/2)V$ i struje $i(t) = 10 \cos(\omega t - \pi)mA$?
9. Da li je veća maksimalna vrednost struje ili njena efektivna vrednost?
10. Ako je maksimalna vrednost struje 100 mA, kolika je njena efektivna vrednost?
11. Ako se početna faza struje poveća 2 puta, da li će se i koliko puta povećati amplituda?
12. Ako je početna faza struje $(\pi/6)$ ili 30° , kolika je početna fazna napon na otporniku?
13. Ako je početna faza struje $(-\pi/6)$ ili -30° , kolika je početna fazna napon na kalemu?
14. Ako je početna faza struje $(\pi/2)$ ili 90° , kolika je početna fazna napon na kondenzatoru?
15. Na kom elementu napon prednjači struji?