

Industrijsko inženjerstvo

Osnovi elektrotehnike

Električna struja 3

1. Složeno kolo
2. Teorema održanja snage



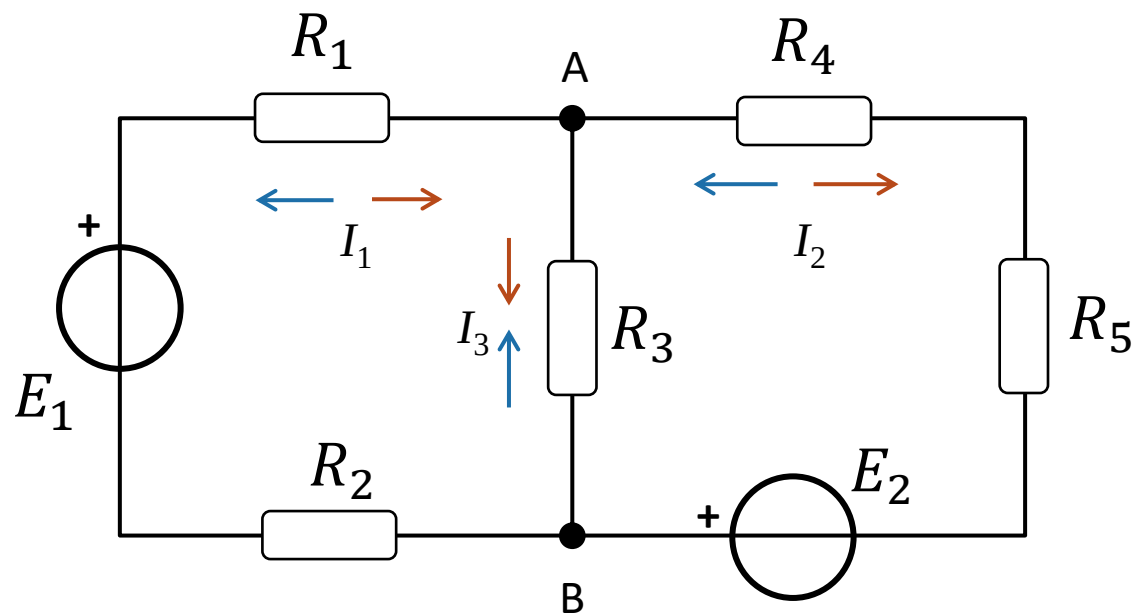
van. prof. dr Miodrag Milutinov

kabinet 132 NTP

miodragm@uns.ac.rs

Složena električna kola

Složena kola imaju više grana i čvorova i ne mogu da se svedu na prosto kolo.



U složenom kolu nije moguće unapred znati stvarne smerove struja.

- Usvajaju se **referentni smerovi** struja u svakoj grani. Potrebno je pretpostaviti jedan od dva moguća smera.

Svakoj grani pripada po jedna struja.

U jednoj grani struja je ista kroz sve elemente.

Složena električna kola

Za rešavanje složenih kola koriste se Kirhofovi zakoni. Pišu se sistemi jednačina.

Prvi Kirhofov zakon se piše za čvorove.

$$\sum \pm I = 0$$

Drugi Kirhofov zakon se piše za konture.

$$\sum \pm U = 0$$

$N_{\check{c}}$ - broj čvorova

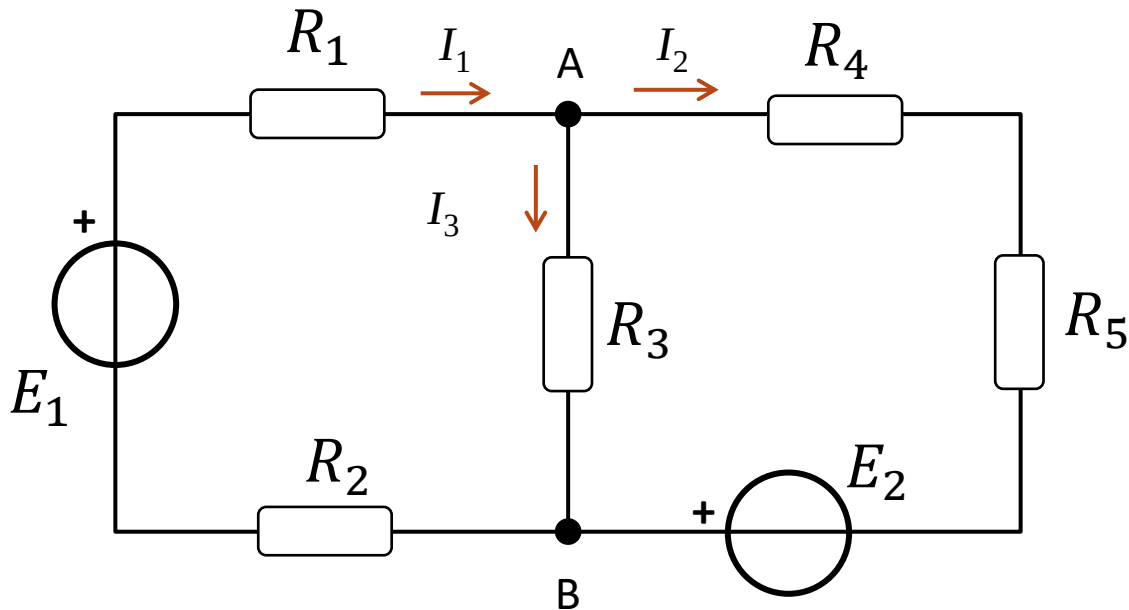
N_g - broj grana

Ukupan broj jednačina jednak je broju grana

Broj jednačina po prvom KZ: $N_{\check{c}} - 1$,

Broj jednačina po drugo KZ: $N_g - (N_{\check{c}} - 1)$,

Složena električna kola



Prvi Kirhofov zakon

$$\sum \pm I = 0$$

$$A) -I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$B) +I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

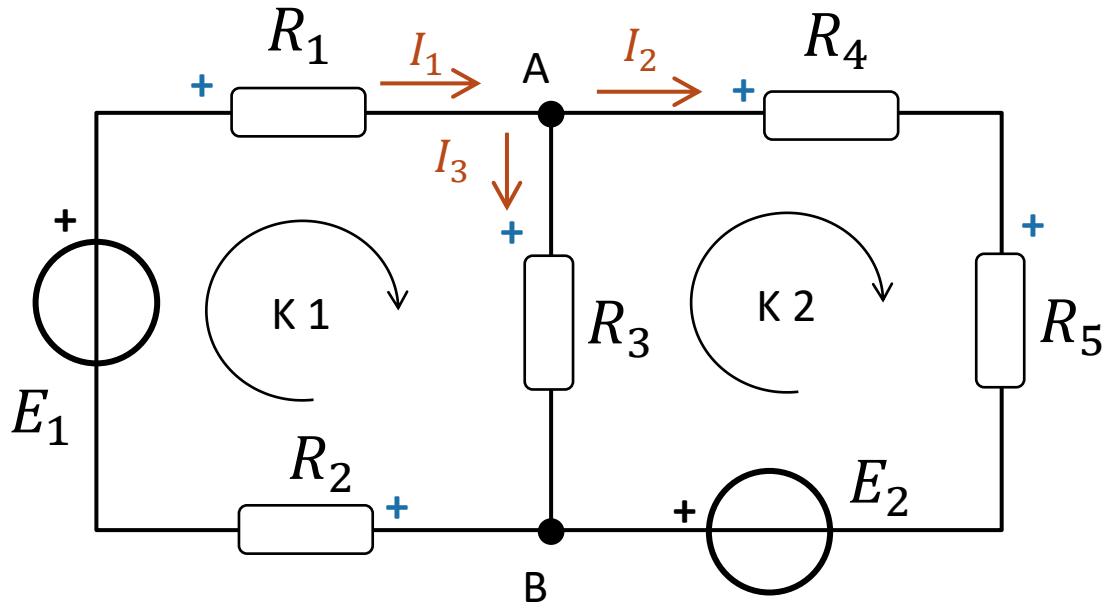
Jačina struje ulazi u zbir:

- sa predznakom (+) ako struja izlazi iz čvora,
- sa predznakom (-) ako struja ulazi u čvor.

!! Potreban broj jednačina

$$N_{\check{c}} - 1$$

Složena električna kola



Drugi Kirhofov zakon

$$\sum \pm U = 0$$

Kontura – skup grana koje čine zatvorenu putanju

Potreban broj jednačina (kontura)

$$N_g - (N_{\check{c}} - 1)$$

U skladu sa Omovim zakonom označiti (+) krajeve na otpornicima.

$$U = RI$$

$$U = E$$

Ako naiđemo na (+) kraj elementa, napon ima pozitivan predznak.

$$k1) +R_1 I_1 + R_3 I_3 + R_2 I_1 - E_1 = 0$$

$$k2) +R_4 I_2 + R_5 I_2 - E_2 - R_3 I_3 = 0$$

Složena električna kola

Algoritam za resavanje kola:

1. Pretpostaviti smerove struja u svim granama (po jedna struja u svakoj grani),
2. Odabrati čvor/čvorove za prvi KZ,
3. Označiti + kraj na svakom otporniku,
4. Odabrati konture i njihove orijentacije za drugi KZ.
5. Napisati jednačine i rešiti

$$I > 0$$

Pretpostavljeni smer je ujedno i pravi smer.

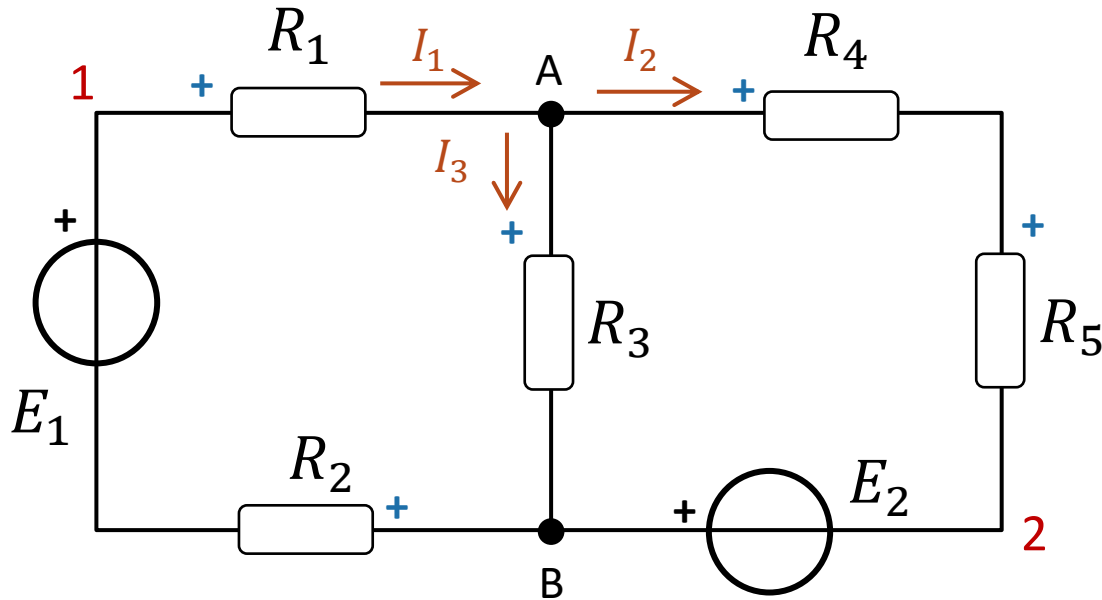
$$I < 0$$

Pravi smer je suprotan od pretpostavljenog.

$$I = 0$$

Mogu se dobiti pozitivne i negativne vrednosti struja. Ali i nulta vrednost.

Složena električna kola



Napon između dve proizvoljne tačke u kolu.

$$U_{12} = \sum_1^2 \pm U$$

Bilo kojim putem od 1 prema 2.

Ako naiđemo na (+) kraj elementa, napon ima pozitivan predznak.

$$U_{12} = +R_1 I_1 + R_4 I_2 + R_5 I_2$$

$$U_{12} > 0$$

$$U_{12} < 0$$

$$U_{12} = 0$$

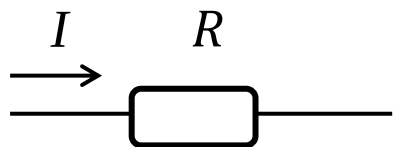
$$U_{12} = +E_1 - R_2 I_1 + E_2$$

$$U_{12} = -U_{21}$$

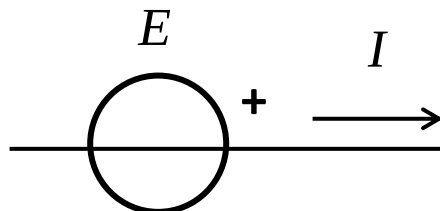
Teorema održanja snage

Snaga koju generatori predaju kolu jednaka je ukupnoj snazi prijemnika u kolu.

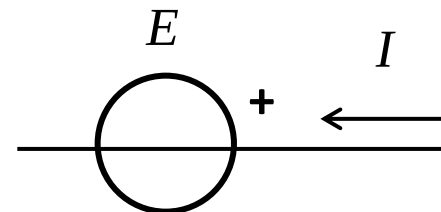
$$\sum P_g = \sum P_p$$



$$P_p = RI^2$$



$$P_g = +EI$$



$$P_g = -EI$$

1. Snaga svakog otpornika je uvek veća ili jednaka nuli.
2. Snaga pojedinih generatora može biti negativna.
3. Ukupna snaga svih generatora mora biti veća ili jednaka nuli.

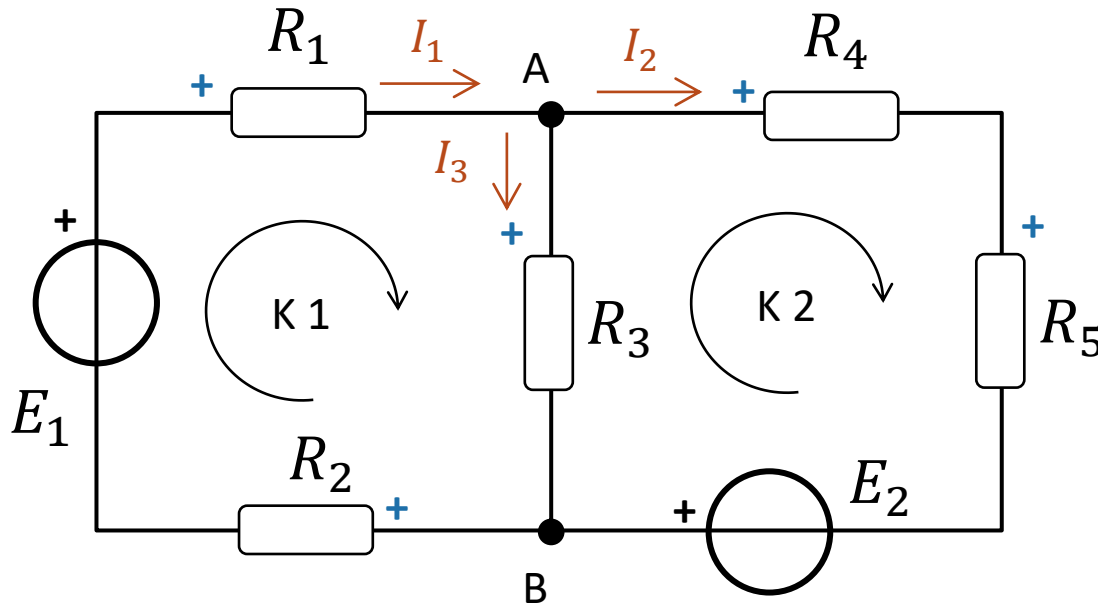
Složena električna kola

$$\begin{aligned} E_1 &= 30\text{V} & E_2 &= 60\text{V} & R_1 &= 20\Omega \\ R_2 &= R_3 = R_5 & &= 10\Omega & R_4 &= 50\Omega \end{aligned}$$

$$\text{A) } -I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\text{k1) } +R_1 I_1 + R_3 I_3 + R_2 I_1 - E_1 = 0$$

$$\text{k2) } +R_4 I_2 + R_5 I_2 - E_2 - R_3 I_3 = 0$$



$$P_{g1} = +E_1 I_1$$

$$P_{g2} = +E_2 I_2$$

Složena električna kola

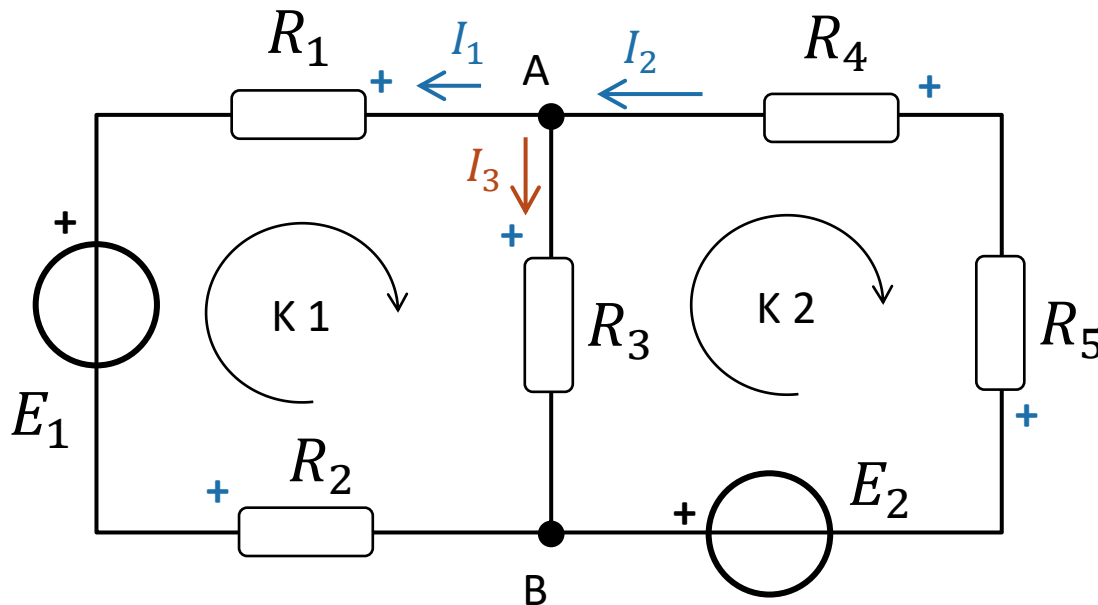
$$E_1 = 30V \quad E_2 = 60V \quad R_1 = 20\Omega$$

$$R_2 = R_3 = R_5 = 10\Omega \quad R_4 = 50\Omega$$

$$A) +I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

$$k1) -R_1 I_1 + R_3 I_3 - R_2 I_1 - E_1 = 0$$

$$k2) -R_4 I_2 - R_5 I_2 - E_2 - R_3 I_3 = 0$$



$$P_{g1} = -E_1 I_1$$

$$P_{g2} = -E_2 I_2$$

Pitanja

1. Koliko jednačina pišemo po prvom i drugom KZ u kolu sa 5 grana i 3 čvora?
2. Šta znači negativna vrednost jačine struje u odnosu na zadati referentni smer?
3. Da li snaga pojedinih generatora može da bude negativna?
4. Da li snaga pojedinih prijemnika može da bude negativa?
5. Da li ukupna snaga generatora može da bude veća od ukupne snage prijemnika?
6. Da li napon između dve tačke u kolu može biti negativan?
7. Da li napon između dve tačke u kolu može biti nula?
8. Da li snaga generatora zavisi od pretpostavljenog smera struje?
9. Da li napon između dve tačke zavisi od pretpostavljenog smera struje?