

# ***1. Električno polje***

## ***1.1. Naelektrisanje***

Postoje dva tipa naelektrisanja. Jedan tip nazvan je pozitivno naelektrisanje, a drugi negativno naelektrisanje.

Jedinica za količinu naelektrisanja je kulon (C).

Za naelektrisanje se koristi oznaka  $Q$ . Pri korišćenju ove oznake podrazumeva se da naelektrisanje može biti i pozitivno i negativno, tj. da može biti  $Q > 0$ , ali i  $Q < 0$ . Izuzetak od ovog dogovora je da se najmanje poznato naelektrisanje u prirodi označava sa  $e$ . Naelektrisanje  $e$  jednako je naelektrisanju protona,

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

Naelektrisanje elektrona jednako je  $-e$ .

Poznata materija se sastoji od atoma koji u sebi imaju, u jednakim količinama, i pozitivna i negativna naelektrisanja. Naelektrisanja koja postoje u atomima i molekulima mogu da se razdvoje, na primer trljanjem materijala jedan o drugi. Postoje i drugi načini da se razdvoje naelektrisanja. U baterijama, hemijska reakcija dovodi do prelaska negativnog naelektrisanja sa jedne supstance na drugu, stvarajući pri tome jedan negativan i jedan pozitivan pol baterije.

U procesu razdvajanja, naelektrisanja se niti kreiraju, niti uništavaju, već samo se postojeća naelektrisanja pomeraju sa jednog mesta na drugo. Pri tome ukupna količina naelektrisanja ostaje konstantna. U prirodi vlada zakon koji može da se formuliše na sledeći način: ukupna količina naelektrisanja u sistemu je konstantna. Ovaj zakon naziva se zakon održanja naelektrisanja. Nikada nije otkriveno da se narušava.

Na primer, ako smo naelektrisali neko telo pozitivnim naelektrisanjem ( $Q$ ), na nekom drugom mestu smo morali napraviti manjak istog tolikog pozitivnog naelektrisanja ( $-Q$ ).

## ***1.2. Provodnici, izolatori i poluprovodnici***

Svi materijali, u električnom pogledu, mogu da se podele u tri grupe:

1. provodnici,
2. izolatori i
3. poluprovodnici.

U prvu grupu materijala spadaju provodnici. U svim provodnicima postoji velik broj naelektrisanih čestica koje mogu relativno slobodno da se kreću kroz materijal. Postoji više vrsta provodnika. Najvažniji provodnici su metali, kao na primer bakar, aluminijum i srebro.

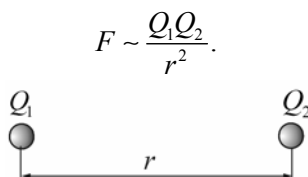
U drugu grupu materijala, u izolatore (dielektrike) spadaju materijali u kojima su elektroni čvrsto vezani za atome ili molekule. U izolatorima ima veoma malo naelektrisanih čestica koje mogu slobodno da se kreću.

Treću grupu materijala čine poluprovodnici. U njima je broj naelektrisanih čestica koje mogu slobodno da se kreću mnogo manji nego u slučaju provodnika, i mnogo veći nego u slučaju izolatora.

### 1.3. Kulonov zakon

Između naelektrisanih tela postoji električna sila. Sila je privlačna između naelektrisanja suprotnog znaka, dok je sila odbojna između naelektrisanja istog znaka.

Kulonov zakon kaže da je intenzitet sile direktno proporcionalan proizvodu naelektrisanja i obrnuto proporcionalan kvadratu rastojanja između njih. Za dva tačkasta naelektrisanja (naelektrisanja čije su dimenzije mnogo manje od njihovog međusobnog rastojanja) prikazana na slici 1.1, prethodno tvrđenje može da se napiše u obliku



Slika 1.1. Dva tačkasta naelektrisanja.

Da bi se odredila sila između naelektrisanja, potrebna je konstanta proporcionalnosti. Ta konstanta jednaka je  $1/(4\pi\epsilon_0)$ , gde je  $\epsilon_0$  permitivnost vakuumu. O permitivnosti će biti više reči kasnije u okviru ovog poglavlja. Izraz za silu između dva naelektrisanja  $Q_1$  i  $Q_2$ , koja se nalaze na međusobnom rastojanju  $r$  glasi

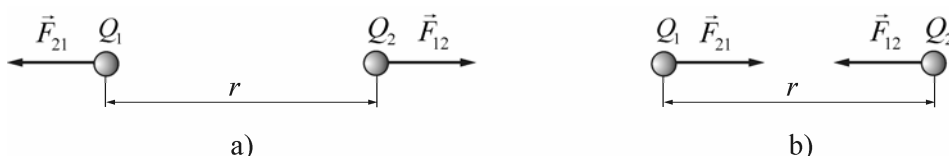
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad [\text{N}]. \quad (1.1)$$

Izraz (1.1) je matematička formulacija Kulonovog zakona.

Za ovakav tip zavisnosti od rastojanja se kaže da intenzitet sile opada sa kvadratom rastojanja,  $F \sim 1/r^2$ . Posledica ove činjenice je da ako se rastojanje između naelektrisanja udvostruči, sila će biti četiri puta slabija. Ako se rastojanje

između naelektrisanja učetvorostruči, sila će biti šesnaest puta slabija. Praktična posledica ove činjenice je da sila opada veoma brzo sa porastom rastojanja. U nekoj udaljenoj tački ova sila će biti zanemarljivo mala u odnosu na druge sile koje deluju u sistemu.

Na slici 1.2 je ilustrovano da kod Kulonovog zakona važi zakon akcije i reakcije. Sila kojom naelektrisanje  $Q_1$  deluje na naelektrisanje  $Q_2$  je istog intenziteta, istog pravca i suprotnog smera od sile kojom naelektrisanje  $Q_2$  deluje na naelektrisanje  $Q_1$ .



Slika 1.2. Sila između dva tačkasta naelektrisanja, a) istoimena naelektrisanja se odbijaju, dok se b) raznoimena naelektrisanja privlače.

### Primer 1.1

Dva tačkasta naelektrisanja  $Q_1 = 1\text{ nC}$  i  $Q_2 = 10\text{ nC}$  nalaze se u vazduhu na rastojanju  $1\text{ cm}$ . a) Odrediti intenzitet sile kojom naelektrisanja deluju jedno na drugo. b) Da li je sila između njih privlačna ili odbojna? c) Koliko puta će se smanjiti intenzitet sile ako se rastojanje između naelektrisanja poveća deset puta? Pri računanju uzeti da je  $(4\pi\epsilon_0)^{-1} \approx 9 \cdot 10^9$ .

Rešenje.

Poznato je  $Q_1 = 1\text{ nC} = 10^{-9}\text{ C}$ ,  $Q_2 = 10\text{ nC} = 10 \cdot 10^{-9}\text{ C}$  i  $r = 1\text{ cm} = 10^{-2}\text{ m}$ .

a) Intenzitet sile kojom naelektrisanja deluju jedno na drugo određuje se iz Kulonovog zakona,

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-9} \cdot 10 \cdot 10^{-9}}{(1 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{90 \cdot 10^{-9}}{10^{-4}} = 90 \cdot 10^{-5} = 900 \mu\text{N}.$$

b) Sila je odbojna, jer su naelektrisanja istog znaka.

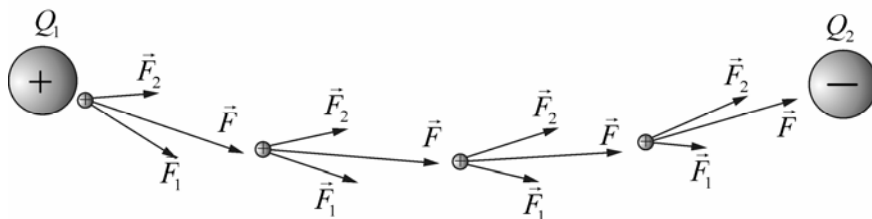
c) Intenzitet sile opada sa kvadratom rastojanja. Kada se rastojanje poveća 10 puta, sila se smanji  $10^2 = 100$  puta.

## 1.4. Električno polje

Svi smo se srela sa konceptima i efektima gravitacionog polja. Gravitaciona sila deluje svuda oko nas i njen uticaj osećamo neprekidno. Ipak, ovo polje ne može da se detektuju našim čulima, s obzirom da ga ne možemo videti, čuti, dodirnuti ili namirisati. To otežava razumevanje prirode polje.

Električno polje postoji na isti način kao i gravitaciono. Možemo da zamislimo da su naelektrisana tela okružena odgovarajućim poljem. U tom smislu naelektrisana tela menjaju osobine prostora oko sebe. Putem ovog polja naelektrisanje, koje ga je stvorilo, deluje na druga tela koja se nalaze u njegovoj okolini. Električno polje objašnjava delovanje sila između naelektrisanih tela. Električno polje, slično kao i druga polja, može da se predstavi grafički preko linija sa strelicama, koje se nazivaju linije polja.

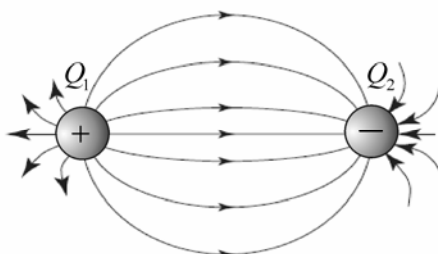
Da bi se ilustrovalo električno polje, razmotrimo sliku 1.3, koja prikazuje dve male sfere od kojih je jedna naelektrisana pozitivno, a druga negativno. Pretpostavimo da se uz površ pozitivno naelektrisane sfere postavi pozitivno tačkasto naelektrisanje, koje se naziva probnim naelektrisanjem. S obzirom da se pozitivna naelektrisanja međusobno odbijaju, a pozitivno i negativno privlače, naelektrisanje  $Q_1$  odbijaće probno naelektrisanje, dok će ga naelektrisanje  $Q_2$  privlačiti.



Slika 1.3. Linija sile električnog polja.

U početnom položaju odbojna sila  $\vec{F}_1$  kojom  $Q_1$  deluje na probno naelektrisanje biće znatno veća od privlačne sile  $\vec{F}_2$  kojom  $Q_2$  deluje na probno naelektrisanje. Prema tome, postoji rezultantna sila koja deluje na probno naelektrisanje. Pod pretpostavkom da probno naelektrisanje može da se kreće, ono bi se kretalo u smeru rezultantne sile. Tokom pomeranja probnog naelektrisanja intenzitet sile  $\vec{F}_1$  opada, dok intenzitet sile  $\vec{F}_2$  raste. Osim toga, menjaće se i pravci ovih sila. Samim tim menjaće se i rezultantna sila  $\vec{F}$ . Ovo je kontinualan proces i probno naelektrisanje bi se kretalo krivolinijskom putanjom, od naelektrisanja  $Q_1$  do naelektrisanja  $Q_2$ . Ako bi se ovakav “eksperiment” uradio za veliki broj probnih naelektrisanja koja bi svoj put počela na površi naelektrisanja  $Q_1$ , a završila na

površni naelektrisanja  $Q_2$ , putanje probnih naelektrisanja bi imale izgled prikazan na slici 1.4.



**Slika 1.4. Linije električnog polja dva tačkasta naelektrisanja suprotnog znaka.**

Sa slike 1.4 može da se uoči nekoliko činjenica.

1. Linije koje su prikazane predstavljaju moguće putanje koje bi prešlo pozitivno probno naelektrisanje zbog sile koja deluje na njega. Ove linije se nazivaju linijama električne sile. Ove linije se takođe nazivaju i linijama električnog polja.

2. Linije električnog polja su zamišljene linije koje se koriste za grafičko prikazivanje električnog polja. Ove linije su pogodne za razumevanje osobina električnog polja.

3. Električno polje postoji u celom prostoru oko naelektrisanih tela. Električno polje je trodimenzionalno.

4. Polje je jače tamo gde su linije gušće.

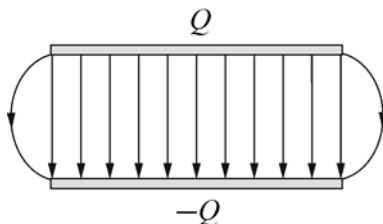
5. S obzirom da je sila vektorska veličina, na svim linijama moraju postojati strelice. Strelice su usmerene od pozitivnog ka negativnom naelektrisanju. Samim tim, linije električnog polja počinju na pozitivnom, a završavaju na negativnom naelektrisanju. Zato se pozitivna naelektrisanja nazivaju izvorima, a negativna ponorima električnog polja.

6. Linije polja se nikad ne seku. U svakoj tački, vektor jačine električnog polja ima pravac tangente na liniju polja.

Na slici 1.4 može da se uoči da rastojanje između linija polja nije isto u celom prostoru. To znači da je polje prikazano na slici 1.4 nehomogeno. Homogeno električno polje može da se dobije između dve paralelne neelektrisane provodne ploče, kao što je to ilustrovano na slici 1.5.

Električno polje postoji u celom prostoru koji okružuje ove dve ploče, ali samo u delu prostoru između ploča je homogeno. Deo nehomogenog polja je prikazan krivim linijama uz ivice (ivični efekat). Od sada pa na dalje, razmatraćemo samo homogeni deo polja koji postoji između ploča.

Ako bi se pozitivno probno naelektrisanje postavilo između ploča, na njega bi delovala električna sila koja bi uzrokovala njegovo kretanje od pozitivno naelektrisane ploče ka negativno naelektrisanoj ploči. Intenzitet ove sile zavisio bi od veličine koja se naziva jačina električnog polja.



Slika 1.5. Električno polje u okolini dve paralelne provodne naelektrisane ploče.

### 1.5. Vektor jačine električnog polja

Osnovna veličina koja opisuje električno polje je vektor jačine električnog polja. S obzirom da se manifestacije električnog polja svode na dejstvo električne sile, vektor jačine električnog polja se definiše polazeći od sile.

Pretpostavimo da se u električno polje unese pozitivno tačkasto naelektrisanje  $Q_p$ . Sila na ovo probno naelektrisanje, na osnovu Kulonovog zakona, je direktno proporcionalna probnom naelektrisanju, pa se može napisati u obliku  $\vec{F} = Q_p \vec{E}$ , gde je  $\vec{E}$  vektorska veličina koja ne zavisi od  $Q_p$ . Ta veličina naziva se vektor jačine električnog polja i određena je izrazom

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_p} \quad \left[ \frac{\text{V}}{\text{m}} \right]. \quad (1.2)$$

Količnik (1.2) ne zavisi od probnog naelektrisanja. Prema tome, vektor jačine električnog polja opisuje električno polje u tački, bez obzira da li se u toj tački nalazi naelektrisanje ili ne. Iz relacije (1.2) se vidi da je jedinica za vektor jačine električnog polja N/C, ali jedinica koja se obično koristi je V/m (volt po metru).

U slučaju kada električno polje potiče ne od jednog, već od više tačkastih naelektrisanja, ukupno električno polje je vektorski zbir polja koja stvaraju pojedinačna naelektrisanja.

Ako je vektor jačine električnog polja poznat, tada električna sila na tačkasto naelektrisanje  $Q$  može da se odredi iz relacije

$$\vec{F} = Q\vec{E} \quad [\text{N}]. \quad (1.3)$$

Maksimalne jačine električnog polja dozvoljene za dugotrajan boravak ljudi zavise od frekvencije. Za električno polje industrijske frekvencije (50 Hz) dozvoljena jačina je  $2\text{ kV/m}$ , a na frekvenciji 900 MHz (mobilna telefonija) dozvoljena jačina je  $16,5\text{ V/m}$ . Najveće dozvoljene jačine električnog polja, tzv referentni granični nivoi, definisani su Pravilnikom o granicama izlaganja nejonizujućim zračenjima, koji je objavljen u Službenom glasniku RS br. 104/2009, u decembru 2009. godine. Naš Pravilnik propisuje strožije granice dozvoljenog izlaganja ljudi u odnosu na granice definisane Preporukom Evropske unije. Ova Preporuka definiše granice koje su 2,5 puta veće od granica definisanih u Srbiji.

Prirodno električno polje na tlu ima vrednost  $100\text{--}130\text{ V/m}$  i posledica je naelektrisanja u gornjim slojevima atmosfere. Za vreme oluja sa grmljavinom, jačina električnog polja na površi tla može dostići do nekoliko  $\text{kV/m}$ . Polje je znatno jače neposredno pre udara groma.

Na tlu, ispod visokonaponskih dalekovoda jačina električnog polja dostiže vrednosti do nekoliko  $\text{kV/m}$ .

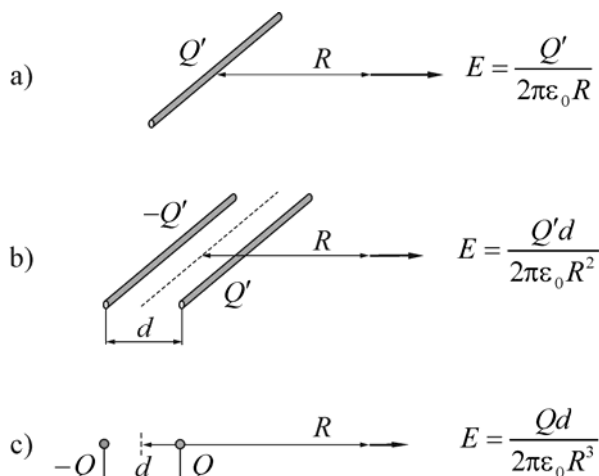
## 1.6. Primeri električnog polja

Na slici 1.6 prikazane su tri konfiguracija naelektrisanih provodnih tela. Iz ovih primera može da se vidi kako se jačina električnog polja menja u funkciji rastojanja.

Za tela čija je dužina znatno veća od dimenzija poprečnog preseka, definiše se podužno naelektrisanje. Podužno naelektrisanje se označava sa  $Q'$ . Podužno naelektrisanje jednako je količniku iz ukupnog naelektrisanja tela i njegove dužine.

Jačina električnog polja jednog provodnika sa podužnim naelektrisanjem  $Q'$  (slika 1.6.a) opada sa porastom rastojanja kao  $1/R$ . Jačina električnog polja dva provodnika sa podužnim naelektrisanjima iste količine i suprotnog znaka (slika 1.6.b) opada sa porastom rastojanja kao  $1/R^2$ . Na sličan način i jačina električnog polja u okolini dalekovoda opada sa porastom rastojanja kao  $1/R^2$ .

Jačina električnog polja u okolini kućnih aparata može približno da se odredi kao električno polje dva tačkasta naelektrisanja naelektrisana istim količinama naelektrisanja suprotnog znaka (slika 1.6.c). Sa porastom rastojanja, jačina električnog polja opada kao  $1/R^3$ .



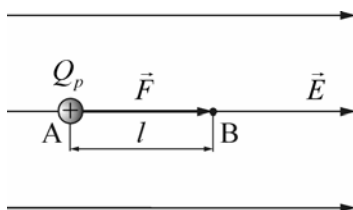
Slika 1.6. Jačina električnog polja za različite konfiguracije naelektrisanih tela.

## 1.7. Potencijal i napon

Posmatrajmo probno naelektrisanje ( $Q_p$ ) koje se pomera u homogenom električnom polju, kao na slici 1.7. Na to probno naelektrisanje deluje električna sila  $\vec{F} = Q_p \vec{E}$ , gde je  $\vec{E}$  vektor jačine električnog polja. Pri pomeranju probnog naelektrisanja od tačke A do tačke B u pravcu i smeru električnog polja, kao na slici 1.7, električna sila izvrši rad  $A = Fl = Q_p El$ . U ovom izrazu, veličina koja ne zavisi od probnog naelektrisanja je proizvod  $El$ . Ovaj proizvod se naziva napon između tačaka A i B i označava sa  $U_{AB}$ . Prema tome, rad električnih sila pri premeštanju probnog naelektrisanja  $Q_p$  iz tačke A u tačku B može da se izrazi kao

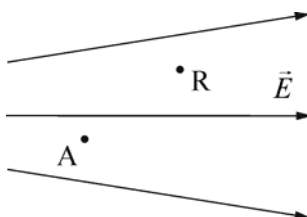
$$A = Q_p U_{AB}. \quad (1.4)$$

Ovaj zaključak važi i u slučaju kada polje nije homogeno. Može da se pokaže da rad električnih sila ne zavisi od putanje kojom bi se pomerilo naelektrisanje. Iz prethodnog izraza se vidi da je napon  $U_{AB}$  brojno jednak radu koji treba da se izvrši da se jedinično probno naelektrisanje pomeri iz tačke A u tačku B. Jedinica za napon je volt (V).



Slika 1.7. Rad električne sile pri pomeranju probnog naelektrisanja.

Posmatrajmo sada električno polje prikazano na slici 1.8 i uočimo jednu (proizvoljnu) fiksnu tačku R, koju ćemo zvati referentnom tačkom i pridružićemo toj tački nulti potencijal,  $V_R = 0$ . Po definiciji potencijala (koju sada uvodimo), potencijal tačke A ( $V_A$ ) je brojno jednak radu koji treba da se izvrši da se jedinično probno naelektrisanje premesti iz tačke A u tačku R. Jedinica za potencijal je volt (V), ista kao i za napon.



Slika 1.8. Uz definiciju potencijala.

Kada se za potencijal neke tačke kaže da ima neku određenu vrednost (recimo 10V) to znači da je ta tačka na 10V iznad referentnog nivoa. Ovo može da se upoređi sa nadmorskom visinom. Kada se za vrh neke planine kaže da je na 550 m, to znači da se vrh nalazi na visini od 550m u odnosu na (srednji) nivo mora. Znači nivo mora je referentna visina od 0m u odnosu na koju se meri. U slučaju potencijala, referentni nivo je potencijal Zemlje za koji se uzima da iznosi 0V. Slično  $-10V$  znači 10V manje od 0V.

Kada se provodno telo poveže sa Zemljom, njegov potencijal postaje jednak potencijalu Zemlje (0V). Povezivanje provodnih tela sa Zemljom se naziva uzemljenje. Grafički simbol za uzemljenje i primer uzemljenog provodnog tela su prikazani na slici 1.9.



Slika 1.9. a) Grafički simbol za uzemljenje i b) uzemljeno provodno telo.

Napon je jednak razlici potencijala između dve tačke u polju. Napon između tačaka A i B jednak je razlici potencijala te dve tačke,

$$U_{AB} = V_A - V_B. \quad (1.5)$$

Napon  $U_{AB}$  je pozitivan ako je potencijal tačke A viši od potencijala tačke B. Napon  $U_{AB}$  je negativan ako je potencijal tačke A niži od potencijala tačke B.

Redosled tačaka A i B u izrazu za napon je bitan. Promena redosleda tačaka menja znak napona

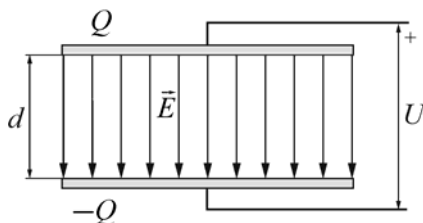
$$U_{BA} = -U_{AB}. \quad (1.6)$$

Opseg vrednosti napona je veoma širok. Napon između priključaka akumulatora se kreće od 1,5 V do 12 V u zavisnosti od vrste akumulatora. Napon gradske mreže je 230 V. Napon između provodnika visokonaponskih vodova može biti 35 kV, 110 kV, 220 kV ili 400 kV. Napon između naelektrisanog oblaka i Zemlje neposredno pre udara groma je reda veličine 100 MV.

Ako je poznat napon između dve provodne ploče, kao i njihovo međusobno rastojanje (slika 1.10), jačina električnog polja između ploča može da se odredi na sledeći način

$$E = \frac{U}{d} \quad \left[ \frac{\text{V}}{\text{m}} \right]. \quad (1.7)$$

Napomenimo da su napon i rastojanje veličine koje se lako mere. Na osnovu izmerenih vrednosti, primenom izraza (1.7), može da se izračuna jačina električnog polja između ploča. Izraz (1.7) daje vezu  $U = Ed$  između napona i jačine električnog polja u slučaju homogenog polja. Vektor jačine električnog polja je u smeru opadanja potencijala (potencijal pozitivno naelektrisane ploče je viši od potencijala negativno naelektrisane ploče). Znak “+” na slici 1.10 označava koja od dve ploče se nalazi na višem potencijalu.



**Slika 1.10. Potencijal pozitivno naelektrisane ploče je viši od potencijala negativno naelektrisane ploče.**

### Primer 1.2

Dve paralelne provodne ploče nalaze se na rastojanju 3mm. Napon između ploča je 150 V. Odrediti jačinu električnog polja u prostoru između ploča.

Rešenje.

Zadato je  $d = 3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  i  $U = 150 \text{ V}$ . Jačina električnog polja između ploča jednaka je

$$E = \frac{U}{d} = \frac{150}{3 \cdot 10^{-3}} = 50 \frac{\text{kV}}{\text{m}}.$$

## 1.8. Kapacitivnost

Za posmatrani sistem, količnik naelektrisanja i napona je konstanta i naziva se kapacitivnost ( $C$ ) sistema

$$C = \frac{Q}{U} \quad [\text{F}]. \quad (1.8)$$

Ako se iz prethodne relacije izrazi naelektrisanje dobija se

$$Q = CU \quad [\text{C}]. \quad (1.9)$$

Jedinica za kapacitivnost je farad (F). Farad je velika jedinica, tako da se u praksi kapacitivnost mnogo češće izražava u  $\mu\text{F}$ , nF i pF.

Kapacitivnost Zemlje iznosi oko 0,7 mF.

Kapacitivnost ljudskog tela je oko 100 pF. Ljudsko telo se može naelektrisati tako da mu potencijal dostigne i nekoliko kV, što odgovara naelektrisanju reda veličine  $1\mu\text{C}$ . Ako naelektrisan čovek dođe blizu drugog provodnog tela, može da se javi pražnjenje, koje se manifestuje varnicom. Zato se pri radu sa osetljivom elektronskom opremom moraju preduzeti odgovarajuće mere da bi se sprečilo da se čovek naelektriše.

### Primer 1.3

Dve paralelne ploče, između kojih se nalazi sloj vazduha debljine 4 mm, naelektrisane su naelektrisanjima iste količine 0,2 mC i suprotnog znaka. Napon između ploča je 125 V. Odrediti a) jačinu električnog polja u prostoru između ploča i b) kapacitivnost sistema.

Rešenje.

Zadato je  $d = 4 \text{ mm} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ,  $Q = 0,2 \text{ mC} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ C}$  i  $U = 125 \text{ V}$ .

a) Jačina električnog polja između ploča jednaka je

$$E = \frac{U}{d} = \frac{125}{4 \cdot 10^{-3}} = 31,25 \frac{\text{kV}}{\text{m}}.$$

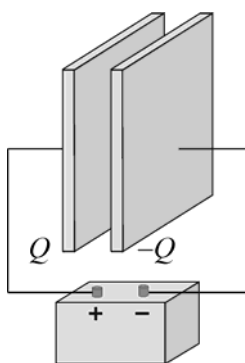
b) Kapacitivnost sistema je

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{125} = 1,6 \mu\text{F}.$$

## 1.9. Kondenzator

Kondenzator je električna komponenta koja je dizajnirana tako da ima poznatu vrednost kapacitivnosti. Kondenzatori imaju brojne primene, na primer u kompjuterima i radio aparatima.

Tipičan kondenzator se sastoji od dva provodna tela (ploče), na malom međusobnom rastojanju. Kada se prazan kondenzator priključi na bateriju, na njegovim pločama će se pojaviti jednake količine naelektrisanja suprotnog znaka,  $Q$  i  $-Q$ , kao što je ilustrovano na slici 1.11.



**Slika 1.11. Pločasti kondenzator priključen na bateriju.**

Kondenzatori mogu biti različitih geometrijskih oblika. Najjednostavniji kondenzator je napravljen od dve ravne paralelne provodne ploče koje su razdvojene dielektrikom, baš kao kondenzator prikazan na slici 1.11.

Da bi se napravio ovakav ravan pločasti kondenzator željene kapacitivnosti potrebno je znati dimenzije ploča, debljinu dielektrika (rastojanje između ploča), kao i osobine dielektrika koji se koristi. Razmotrimo prvo osobine dielektrika.

## 1.10. Permitivnost

Materijal u prostoru između ploča je dielektrik (izolator) i može biti vakuum, vazduh, papir, ulje itd.

Permitivnost je jedna od najvažnijih karakteristika dielektrika. Permitivnost vakuuma ( $\epsilon_0$ ) iznosi

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m.} \quad (1.10)$$

S obzirom da je vakuum dobro definisana sredina, konstanta  $\epsilon_0$  se koristi kao vrednost u odnosu na koju se iskazuju permitivnosti svih ostalih materijala.

Permitivnost materijala ( $\epsilon$ ) može da se uporedi sa permitivnošću vakuuma

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 \quad [\text{F/m}], \quad (1.11)$$

gde se  $\varepsilon_r$  naziva relativna permitivnost. Za sve prirodne materijale je  $\varepsilon_r \geq 1$ . Za suvi vazduh je  $\varepsilon_r \approx 1$  i samim tim  $\varepsilon \approx \varepsilon_0$ .

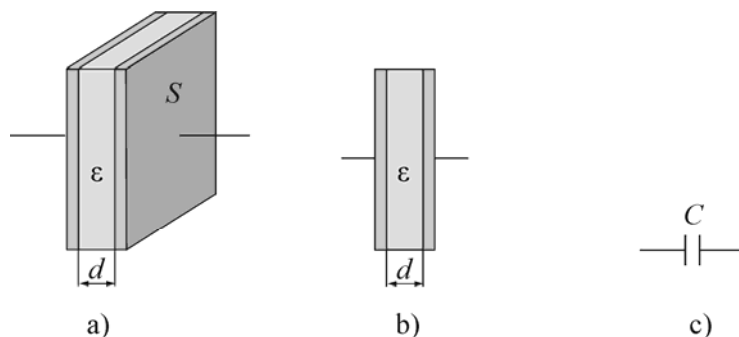
Kapacitivnost kondenzatora povećaće se ako se umesto vakuuma između ploča postavi neki drugi dielektrik. Ova razlika u kapacitivnosti, koja se dobija kada se koriste različiti dielektrici, je posledica različitih relativnih permitivnosti dielektrika. Prema tome, relativna permitivnost može da se definiše kao količnik kapacitivnosti kada je između ploča dielektrik i kapacitivnosti kada je između ploča vakuum,

$$\varepsilon_r = \frac{C_2}{C_1}, \quad (1.12)$$

gde je  $C_1$  kapacitivnost kondenzatora sa vakuumom kao dielektrikom, a  $C_2$  kapacitivnost kondenzatora sa nekim drugim dielektrikom.

### 1.11. Kapacitivnost pločastog kondenzatora

Pločasti kondenzator se sastoji od dve jednake provodne ploče, svaka površine  $S$ , na međusobnom rastojanju  $d$ , između kojih je dielektrik permitivnosti  $\varepsilon$ , kao na slici 1.12a. Na slici 1.12c prikazan je grafički simbol za kondenzator.



**Slika 1.12. a) Ravan pločasti kondenzator, b) poprečan presek kondenzatora i c) grafički simbol za kondenzator.**

Kapacitivnost kondenzatora zavisi samo od površine ploča, njihovog rastojanja i osobina dielektrika između ploča. Što su ploče veće, na njima može da se uskladišti više naelektrisanja. Zato je kapacitivnost srazmerna površini ploča  $S$ . Što su ploče kondenzatora bliže, biće veća privlačna sila između njih, jer su naelektrisane naelektrisanjima suprotnog znaka. Zato će kapacitivnost biti veća kada su ploče bliže, i samim tim kapacitivnost je obrnuto proporcionalna rastojanju ploča  $d$ . Kapacitivnost pločastog kondenzatora jednaka je

$$C = \varepsilon \frac{S}{d} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d} \quad [\text{F}], \quad (1.13)$$

gde je  $\varepsilon$  permitivnost dielektrika,  $S$  površina ploča i  $d$  rastojanje između njih.

Podsetimo se relacije (1.9) da je  $Q = CU$ . Ova relacija ukazuje na to da što je veći napon primenjen na kondenzator, na njegovim pločama biće veća količina naelektrisanja. Osim toga, pri istom primenjenom naponu, različiti kondenzatori mogu da uskladište različite količine naelektrisanja, u zavisnosti od njihove kapacitivnosti.

Moderni tzv. superkondenzatori imaju kapacitivnost i do nekoliko hiljada farada. Međutim, u praksi se mnogo češće sreću kapacitivnosti reda  $\mu\text{F}$ ,  $\text{nF}$  ili  $\text{pF}$ .

#### Primer 1.4

Kondenzator napravljen od dve paralelne provodne ploče dimenzija 3 cm sa 2 cm, između kojih je sloj dielektrika debljine 0,5 mm i relativne permitivnosti 5,8, priključen je na napon od 200 V. Odrediti a) kapacitivnost kondenzatora, b) jačinu električnog polja u kondenzatoru i c) naelektrisanje na pločama kondenzatora.

Rešenje.

Zadato je  $S = 3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ ,  $d = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ ,  $\varepsilon_r = 5,8$  i  $U = 125 \text{ V}$ .

a) Kapacitivnost kondenzatora jednaka je

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d} = 5,8 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{6 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-4}} = 61,62 \text{ pF}.$$

b) Jačina električnog polja u kondenzatoru je

$$E = \frac{U}{d} = \frac{200}{5 \cdot 10^{-4}} = 400 \frac{\text{kV}}{\text{m}}.$$

c) Naelektrisanje na pločama kondenzatora iznosi

$$Q = CU = 61,62 \cdot 10^{-12} \cdot 200 = 12,3 \text{ nC}.$$

#### Primer 1.5

Kondenzator kapacitivnosti 224 pF je napravljen od dve paralelne provodne ploče, dimenzija 75 mm sa 75 mm, između kojih je papir čija je relativna permitivnost jednaka 2,5. Odrediti debljinu papira.

Rešenje.

Zadato je  $C = 224 \cdot 10^{-12} \text{ F}$ ,  $S = 75 \cdot 75 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$  i  $\varepsilon_r = 2,5$ . Iz izraza (1.13) dobija se debljina dielektrika

$$d = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{C} = \frac{2,5 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 75 \cdot 75 \cdot 10^{-6}}{224 \cdot 10^{-12}} = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,56 \text{ mm}.$$

**Primer 1.6**

Kondenzator kapacitivnosti 47 nF je napravljen od dve paralelne provodne ploče, površine po 4 cm<sup>2</sup>. Između ploča nalazi se sloj keramičkog dielektrika debljine 0,1 mm. Odrediti relativnu permitivnost dielektrika.

Rešenje.

Zadato je  $C = 47 \cdot 10^{-9} \text{ F}$ ,  $S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  i  $d = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ . Iz izraza (1.13) dobija se relativnu permitivnost dielektrika

$$\varepsilon_r = \frac{Cd}{\varepsilon_0 S} = \frac{47 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-4}}{8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 1327.$$

**1.12. Električna čvrstina dielektrika**

Svaki dielektrik se ponaša kao izolator samo do izvesne jačine električnog polja u njemu. Za veće jačine električnog polja dielektrik gubi svoja izolatorska svojstva i počinje da provodi (javlja se električni luk). Ta pojava se naziva proboj dielektrika.

Maksimalna jačina električnog polja koju dielektrik može da izdrži, pre nego što dođe do proboja, naziva se električna čvrstina dielektrika.

Orijentacione vrednosti relativne permitivnosti i električne čvrstine nekih materijala navedene su u tabeli 1.1.

**Tabela 1.1. Orijentacione vrednosti relativne permitivnosti i električne čvrstine nekih materijala.**

| Materijal             | Relativna permitivnost $\varepsilon_r$ | Električna čvrstina $E[\text{MV/m}]$ |
|-----------------------|----------------------------------------|--------------------------------------|
| Vakuum                | 1,0000                                 | —                                    |
| Vazduh                | 1,0006                                 | 2,5 – 3                              |
| Transformatorsko ulje | 2,1 – 2,4                              | 15                                   |
| Papir                 | 3,5                                    | 20                                   |
| Teflon                | 2,1                                    | 60                                   |
| Guma                  | 2 – 35                                 | 20 – 40                              |
| Čista voda            | 80 (na 20°C)<br>88 (na 0°C)            | 30                                   |

Iz tabele 1.1 može da se uoči da je relativna permitivnost vazduha veoma bliska jedinici, tako da se kondenzator sa vazduhom između ploča ponaša slično kao kondenzator sa vakuumom između ploča. Razlika se pojavljuje tek kada je električno polje između ploča dovoljno jako da dovede do toga da vazduh postane provodan, odnosno da izazove proboj vazduha. Vazduh postaje provodan pri jačini električnog polja od oko  $3\text{ MV/m}$ . Ta pojava se naziva jonizacija vazduha. Mnogi dielektrici mogu da izdrže znatno veća električna polja od vazduha, pre nego što dođe do proboja.

### Primer 1.7

U kondenzatoru, predviđenom da se priključi na napon od  $3\text{ kV}$ , kao dielektrik koristi se vazduh. Električna čvrstina vazduha iznosi  $3\text{ MV/m}$ . Odrediti minimalno rastojanje između ploča kondenzatora koje će obezbediti da ne dođe do proboja dielektrika.

Rešenje.

Zadato je  $U = 3 \cdot 10^3\text{ V}$  i  $E = 3 \cdot 10^6\text{ V/m}$ . Iz izraza  $E = U/d$  dobija se da minimalno rastojanje između ploča iznosi

$$d = \frac{U}{E} = \frac{3 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^6} = 1\text{ mm}.$$

### Primer 1.8

Kondenzator kapacitivnosti  $270\text{ pF}$  je napravljen od dve jednake tanke metalne folije, dužine  $20\text{ cm}$  i širine  $3\text{ cm}$ . Između folija se nalazi teflon čija relativna permitivnost iznosi  $2,1$ . Odrediti a) debljinu teflona i b) maksimalan napon na koji kondenzator sme da se priključi da ne dođe do njegovig oštećenja, ako je električna čvrstina teflona jednaka  $60\text{ MV/m}$ .

Rešenje.

Zadato je  $C = 270 \cdot 10^{-12}\text{ F}$ ,  $S = 20 \cdot 3 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2$ ,  $\epsilon_r = 2,1$  i  $E = 60 \cdot 10^6\text{ V/m}$ .

a) Iz izraza (1.13) dobija se da debljina teflona iznosi

$$d = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 S}{C} = \frac{2,1 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 60 \cdot 10^{-4}}{270 \cdot 10^{-12}} = 0,413\text{ mm}.$$

b) Iz izraza  $E = U/d$  dobija se maksimalan napon na koji kondenzator sme da se priključi

$$U = Ed = 60 \cdot 10^6 \cdot 0,413 \cdot 10^{-3} = 24,78\text{ kV}.$$

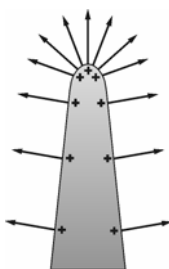
### 1.13. Provodnici u električnom polju

Svi metali su dobri provodnici jer imaju velik broj slobodnih elektrona koji mogu relativno lako da se kreću kroz materijal.

Kada se provodnici nađu u stranom električnom polju dolazi do preraspodele naelektrisanja. Ova preraspodela traje veoma kratko. Slobodna naelektrisanja se kreću sve dok postoji polje u provodniku. Kada je preraspodela gotova, unutar provodnika više nema polja. Zato, šuplje provodno telo može da se koristi kao zaklon za zaštitu osetljivih elektronskih uređaja od stranog električnog polja.

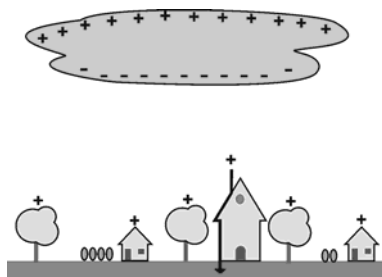
Rezultat preraspodele naelektrisanja je i to da je električno polje normalno na površ provodnika. Komponente električnog polja tangentne na površ provodnika više ne postoje, inače bi se naelektrisanja i dalje kretala.

Razmotrimo električno polje koje se stvara na mestima gde naelektrisani provodnici imaju oštre uglove ili šiljke. Ukoliko je deo provodnika veoma zakrivljen, kao na slici 1.13, naelektrisanje je uglavnom skoncentrisano na tom mestu. Kao posledica toga, električno polje u okolini šiljka može da bude toliko jako da se pojavi varnica. Varnica uklanja deo naelektrisanja sa provodnog tela. Ova pojava se naziva električno pražnjenje.



**Slika 1.13. Naelektrisanje je skoncentrisano na mestima gde provodnici imaju šiljke.**

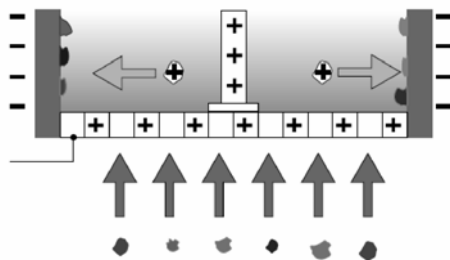
Razmotrimo električno polje između oblaka i Zemlje. Oblaci se naelektrišu usled trenja vazdušnih masa. Ova naelektrisanja uzrokuju pojavu naelektrisanja suprotnog znaka na kućama i ostalim objektima, kao što je to ilustrovano na slici 1.14. Kao rezultat, jako električno polje može da postoji između oblaka i objekata na Zemlji, i može da dođe do električnog pražnjenja u vidu munja. Da bi se kuće zaštitile od udara groma, koriste se gromobrani. Gromobrani se obično prave u vidu metalnih šiljaka koji su provodnikom povezani sa uzemljenjem. U slučaju udara groma u gromobran, naelektrisanje sa gromobrana se odvodi u Zemlju.



**Slika 1.14. Naelektrisanja u oblacima uzrokuju pojavu naelektrisanja suprotnog znaka na kućama i ostalim objektima.**

### ***1.14. Elektrostatički filtri***

Važna primena električnog polja je u prečišćavanju dima u dimnjacima termoelektrana, cementara i drugih velikih postrojenja, u cilju smanjenja aero zagađenja. Princip prečišćavanja dima u dimnjacima prikazan je na slici 1.15. Čestice dima i nečistoća propuštaju se kroz pozitivno naelektrisanu mrežicu koja im pri tome predaje deo svog pozitivnog naelektrisanja. U sredini dimnjaka se nalazi, takođe pozitivno naelektrisana šipka koja odbija pozitivno naelektrisane čestice ka obodu dimnjaka koji je negativno naelektrisan i zbog toga ih privlači.



**Slika 1.15. Prečišćavanje dima u dimnjacima.**

Princip rada filtra za prečišćavanje vazduha koji se koriste u stambenim prostorijama je sličan. Razlika je u tome da se čestice ne lepe za zidove cevi kao kod dimnjaka, već se to dešava na specijalnim negativno naelektrisanim mrežicama koje se, kao i ona koja čestice naelektriše pozitivno, nalaze na putu čestica. S vremena na vreme potrebno je ove mrežice očistiti ili zameniti novim.

### 1.15. Energija kondenzatora

Energija sadržana u kondenzatoru je električna energija. Ova energija povezana je sa količinom naelektrisanja  $Q$  i naponom kondenzatora  $U$ . Energija sadržana u kondenzatoru može da se odredi iz izraza

$$W_e = \frac{1}{2}QU \quad [\text{J}].$$

S obzirom na relacije koje povezuju naelektrisanje, kapacitivnost i napon na kondenzatoru, izraz za energiju sadržanu u kondenzatoru može da se napiše u tri ekvivalentna oblika

$$W_e = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{Q^2}{2C} \quad [\text{J}]. \quad (1.14)$$

Kondenzatori se koriste za skladištenje električne energije. Svaka električna centrala ima velik broj kondenzatora koji se aktiviraju u slučaju havarije kao kratkotrajni izvori električne energije. Primeri oslobađanja električne energije kondenzatora su blic fotoaparata i defibrilatori.

#### Primer 1.9

Defibrilator daje 400 J energije pri pražnjenju kondenzatora početnog napona 10 kV. Odrediti kapacitivnost kondenzatora.

Rešenje.

Zadato je  $W_e = 400 \text{ J}$  i  $U = 10 \cdot 10^3 \text{ V}$ . Iz izraza (1.14) dobija se kapacitivnost kondenzatora

$$C = \frac{2W_e}{U^2} = \frac{2 \cdot 400}{(10 \cdot 10^3)^2} = 8 \mu\text{F}.$$

### 1.16. Elektron volt

Elektroni se mogu ubrzati ukoliko se nađu u električnom polju. Ako se elektron ubrza potencijalnom razlikom od 1V, on dobija energiju od jednog elektron-volta (eV). Ova energija izražena u džulima jednaka je

$$1 \text{ eV} = (1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ V}) = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J},$$

gde je  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  elementarna količina naelektrisanja (naelektrisanje protona; naelektrisanje elektrona je  $-e$ ). Kao jedinica za energiju naelektrisanih čestica skoro uvek se koristi elektron-volt (eV).

Energije veze elektrona u atomima, kao i energija veze u molekulima i jezgrima se izražavaju takođe u eV. Na primer, energija potrebna da se razori veza u nekim organskim molekulima iznosi oko 5eV.

Energija  $E$  i frekvencija  $f$  fotona su povezane tzv. Plankovom relacijom  $E = hf$ , gde je  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$  Plankova konstanta. S obzirom da su talasna dužina  $\lambda$  i brzina svetlosti,

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad (1.15)$$

povezane sa frekvencijom preko relacije

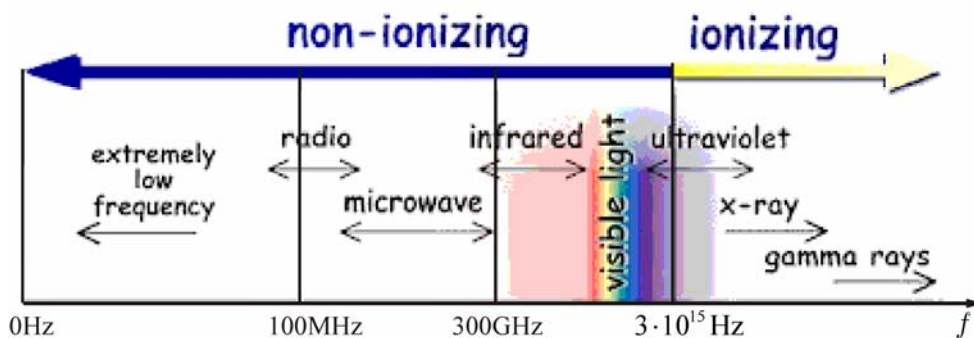
$$c = \lambda f, \quad (1.16)$$

sledi da se energija fotona, osim preko frekvencije, može napisati i preko njegove talasne dužine na sledeći način  $E = hc/\lambda$ , odnosno

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})}, \quad (1.17)$$

gde je talasna dužina,  $\lambda$ , izražena u nm, a energija,  $E$ , u eV. Na primer, foton čija je talasna dužina 532 nm (zelena svetlost) ima energiju od oko 2,33 eV. Energija fotona je utoliko veća ukoliko je talasna dužina manja, odnosno frekvencija veća.

Prikaz spektra elektromagnetskog zračenja dat je na slici 1.16. U nejonizujuće zračenje spadaju sva električna, magnetska i elektromagnetska polja u opsegu frekvencija od 0 Hz do  $3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ . Frekvencija od  $3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$  predstavlja granicu između nejonizujućeg i jonizujućeg zračenja. Talasna dužina na ovoj frekvenciji iznosi 100 nm i pripada opsegu ultraljubičastog zračenja. Foton frekvencije  $3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$  (talasne dužine 100 nm) ima energiju od 12,4 eV.



Slika 1.16. Spektar elektromagnetskog zračenja.

### 1.17. Pregled jednačina

Intenzitet sile između dva tačkasta naelektrisanja:  $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ .

Permitivnost:  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ .

Jačina električnog polja:  $E = \frac{F}{Q}$ .

Napon između tačaka A i B:  $U_{AB} = V_A - V_B$ ,  $U_{BA} = -U_{AB}$ .

Veza naelektrisanja i napona:  $Q = CU$ .

Kapacitivnost pločastog kondenzatora:  $C = \epsilon \frac{S}{d}$ .

Napon pločastog kondenzatora:  $U = Ed$ .

Energija sadržana u kondenzatoru:  $W_e = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{Q^2}{2C}$ .