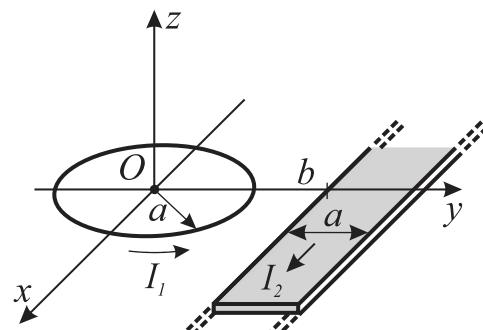


## ZADACI

**Zadatak 1.** Na slici 1 su prikazani tanka žičana kontura u vidu prstena poluprečnika  $a$ , sa vremenski konstantnom strujom jačine  $I_1$  i veoma dugačak, tanak, trakasti provodnik, širine  $a$ , sa strujom jačine  $I_2$ . Obe strukture leže u  $x$ - $y$  ravni Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema. Trakasti provodnik je postavljen paralelno sa  $x$  osom na rastojanju  $b$  od ose. Sistem se nalazi u vazduhu.

- Odrediti, u opštim brojevima, izraz za vektor magnetske indukcije koji u koordinatnom početku  $O$ , stvara prsten.
- Odrediti, u opštim brojevima, izraz za vektor magnetske indukcije koji u koordinatnom početku  $O$ , stvara trakasti provodnik.
- Odrediti intenzitet struje  $I_2$ , kroz trakasti provodnik, kako bi rezultantni vektor magnetske indukcije u tački  $O$  bio jednak nuli.

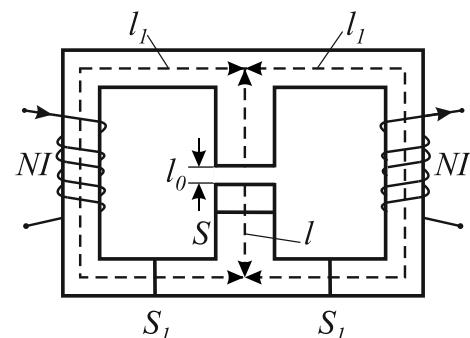
Brojni podaci su:  $I_1 = 1 \text{ A}$ ,  $a = 3 \text{ cm}$ ,  $b = 2a$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ .



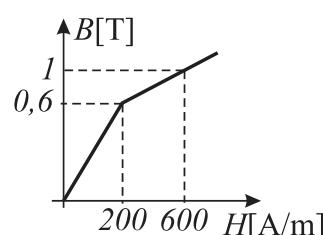
Slika 1.

**Zadatak 2.** Tanko, simetrično, magnetsko kolo i idealizovana kriva prvobitnog magnetisanja feromagnetskog materijala od koga je ono načinjeno dati su na slikama 2a i 2b. Pre uspostavljanja struje jačine  $I$ , kroz oba namotaja sa  $N = 100$  zavojaka, magnetsko kolo je bilo nenamagnetisano. Dužine središnjih linija delova kola su:  $\ell_1 = 12 \text{ cm}$ ,  $\ell = 5 \text{ cm}$ ,  $\ell_0 = 1 \text{ mm}$ , a površine poprečnih preseka iznose:  $S_1 = 3 \text{ cm}^2$ ,  $S = S_0 = 4 \text{ cm}^2$ . Izračunati:

- jačinu struje  $I$ , tako da intenzitet vektora magnetske indukcije u procepu bude jednako  $\Phi_0 = 0,48 \text{ mWb}$  (rasipanja zanemariti),
- energiju utrošenu na uspostavljanje magnetskog polja u srednjoj grani feromagnetskog jezgra i
- energiju sadržanu u procepu.



Slika 2a.



Slika 2b.

## PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je sakupiti više od 50% od ukupnog broja poena na zadacima. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

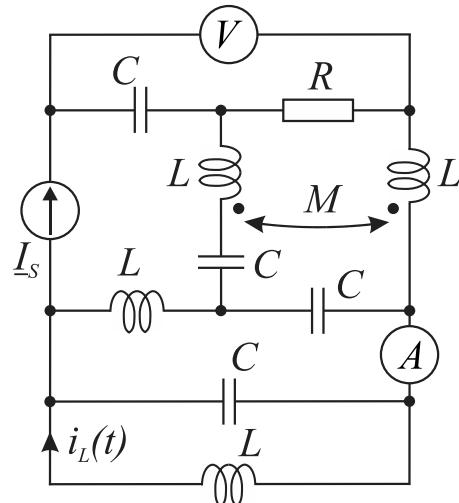
## ZADACI

**Zadatak 1.** U mreži prostoperiodične struje, prikazane na slici 1, odrediti:

- pokazivanje idealnih mernih instrumenata,
- kompleksnu snagu strujnog generatora,
- aktivnu snagu otpornika,
- trenutnu vrednost jačine struje  $i_L(t)$  kroz kalem i njegovu aktivnu snagu.

Brojni podaci su:

$$I_s = j2 \text{ A}, R = 20 \Omega, L = 40 \text{ mH}, C = 25 \mu\text{F}, \\ M = 30 \text{ mH}, f = 500/\pi \text{ Hz}.$$

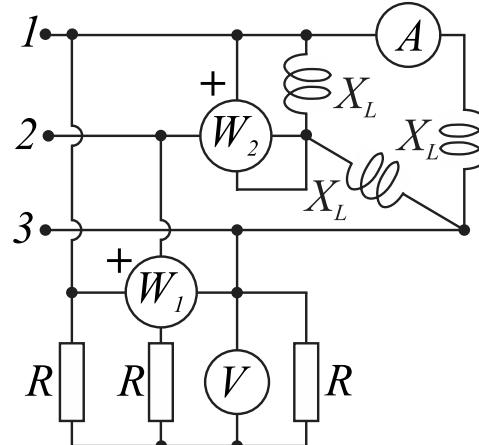


Slika 1.

**Zadatak 2.** Simetrični trofazni sistem je priključen na mrežu faznog napona  $U_f = 230 \text{ V}$ . Za sistem sa slike 2

- odrediti pokazivanje idealnih mernih instrumenata,
- na istom fazorskom dijagramu prikazati fazore svih veličina od kojih zavise pokazivanja instrumenata,
- odrediti snagu Džulovih gubitaka trofaznog prijemnika koji se sastoji od otpornika i
- odrediti aktivnu snagu trofaznog prijemnika koji se sastoji od kalemova.

Ostali brojni podaci su:  $R = 40 \Omega, X_L = 90 \Omega$ .



Slika 2.

## PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je sakupiti više od 50% od ukupnog broja poena na zadacima. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

K1 Z1

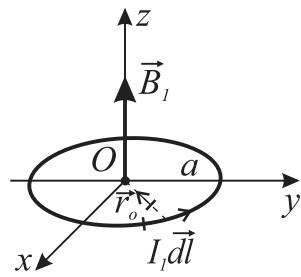
a)

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 \vec{dl} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 dl}{a^2}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi a^2} \int_0^{2\pi a} dl = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi a^2} 2\pi a = \frac{\mu_0 I_1}{2a}$$

$$\boxed{\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2a} \vec{i}_z}$$



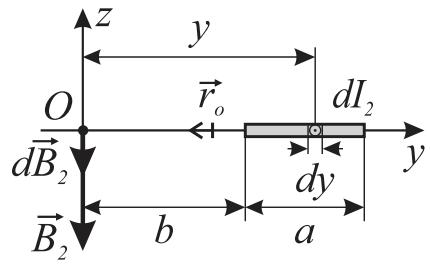
b)

$$\frac{dI_2}{I_2} = \frac{dy}{a}$$

$$dB_2 = \frac{\mu_0 dI_2}{2\pi y} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi y} \frac{dy}{a} = \frac{\mu_0 I_2 dy}{2\pi a y}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \int_b^{b+a} \frac{dy}{y} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \ln \frac{b+a}{b}$$

$$\boxed{\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \ln \frac{b+a}{b} (-\vec{i}_z)}$$



c)

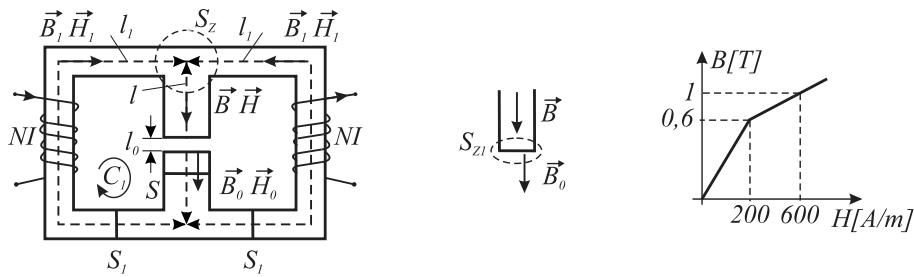
Po uslovu zadatka:  $B_1 = B_2$

$$\frac{\mu_0 I_1}{2a} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \ln \frac{b+a}{b}$$

$$I_2 = \frac{I_1 \pi}{\ln \frac{b+a}{b}} = \frac{\pi}{\ln \frac{3}{2}} = 7,75 \text{ A}$$

$$\boxed{I_2 = 7,75 \text{ A}}$$

## K1 Z2



a)  $\Phi_0 = B_0 S_0$   
 $B_0 = \frac{4,8 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}}$   
 $\boxed{B_0 = 1,2 \text{ T}}$

$$\oint_{S_z} \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$S_z : -B_1 S_1 - B_1 S_1 + B S = 0 \quad (1)$$

$$S_{z1} : -B S + B_0 S_0 = 0 \quad (S = S_0)$$

$$B = B_0 \quad (2)$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

Kolo je simetrično

$$C_1 : H_1 l_1 + H l + H_0 l_0 = NI \quad (3)$$

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} \quad (4)$$

Iz (4) sledi:  $B_0 = 1,2 \text{ T} \Rightarrow H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{1,2}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 954,93 \text{ kA/m}$

Iz (2) sledi:  $B = B_0 = 1,2 \text{ T} \rightarrow$  drugi deo krive k.m.

Jednačina za drugi deo krive magnetisanja:

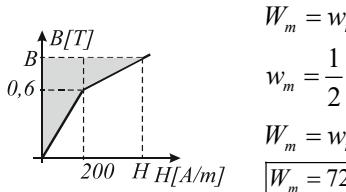
$$B - B_{k1} = \frac{B_{k2} - B_{k1}}{H_{k2} - H_{k1}} (H - H_{k1}) \Rightarrow B - 0,6 = \frac{1 - 0,6}{600 - 200} (H - 200) \Rightarrow H = 800 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Iz (1) sledi  $B_1 = \frac{BS}{2S_1} = \frac{1,2 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-4}} = 0,8 \text{ T}$ , a sa krive magnetisanja sledi

$$B_1 - 0,6 = \frac{1 - 0,6}{600 - 200} (H_1 - 200) \Rightarrow H_1 = 400 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Iz (3) sledi  $I = \frac{H_1 l_1 + H l + H_0 l_0}{N} = \frac{400 \cdot 0,12 + 800 \cdot 0,05 + 954,93 \cdot 10^3 \cdot 0,001}{100} \quad \boxed{I = 10,43 \text{ A}}$

b)



$$W_m = w_m V$$

$$w_m = \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot 200 + 0,6 \cdot 200 + \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot 600 = 360 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

$$W_m = w_m \cdot l \cdot S = 360 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\boxed{W_m = 720 \mu\text{J}}$$

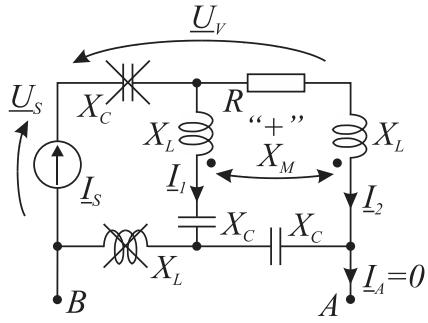
c)

$$W_{m0} = w_{m0} V_0 = \frac{1}{2} B_0 H_0 l_0 S_0 = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 954,93 \cdot 10^3 \cdot 0,001 \cdot 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\boxed{W_{m0} = 0,23 \text{ J}}$$

## K2 Z1

a)



$$\begin{aligned}
 X_L &= 2\pi fL = 40\Omega, X_C = \frac{1}{2\pi fC} = 40\Omega, X_M = 2\pi fM = 30\Omega \\
 X_L &= X_C \\
 I_s &= I_1 + I_2 \\
 RI_2 + (jX_L I_2 + jX_M I_1) - jX_C I_2 + jX_C I_1 - (jX_L I_1 + jX_M I_2) &= 0 \\
 RI_2 + \cancel{jX_L I_2} + jX_M I_1 - \cancel{jX_C I_2} + \cancel{jX_C I_1} - \cancel{jX_L I_1} - jX_M I_2 &= 0 \\
 RI_2 + jX_M (I_s - I_2) - jX_M I_2 &= 0 \\
 (R - j2X_M) I_2 &= -jX_M I_s \\
 I_2 &= \frac{-jX_M I_s}{R - j2X_M} = \frac{60}{20 - j60} = (0,3 + j0,9)\text{A}
 \end{aligned}$$

$$U_V = -jX_C I_s + RI_2 = 80 + 20(0,3 + j0,9) = (86 + j18)\text{V}$$

$$U_V = \sqrt{86^2 + 18^2} \approx 88\text{ V} \quad [U_V = 88\text{ V}]$$

$$I_A = 0\text{ A}$$

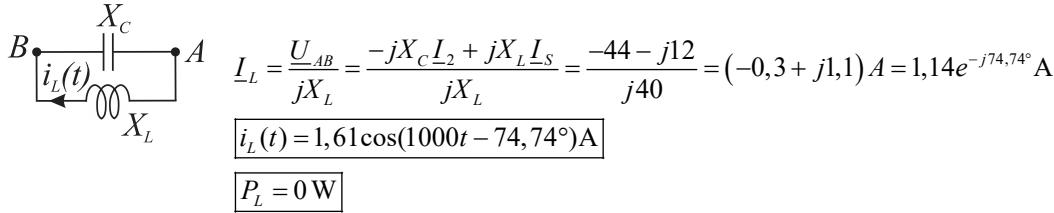
b)

$$\underline{S}_s = \underline{U}_s \underline{I}_s^* = (-\cancel{jX_C I_1} + \cancel{jX_L I_1} + jX_M I_2) \underline{I}_s^* = 60(0,3 + j0,9) = (18 + j54)\text{VA} \quad [\underline{S}_s = (18 + j54)\text{VA}]$$

c)

$$P_R = RI_2^2 = 20 \left( \sqrt{0,3^2 + 0,9^2} \right)^2 = 18\text{ W} \quad [P_R = 18\text{ W}]$$

d)

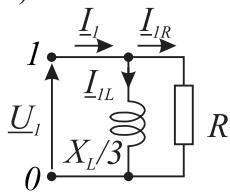


$$i_L(t) = 1,61 \cos(1000t - 74,74^\circ)\text{A}$$

$$P_L = 0\text{ W}$$

## K2 Z2

a)



$$I_A = \frac{|I_{1L}|}{\sqrt{3}}$$

$$|I_A| = 4,43 \text{ A}$$

$$U_{V1} = |U_3|$$

$$|U_{V1}| = 230 \text{ V}$$

$$\underline{I}_{1R} = \frac{\underline{U}_1}{R} = \frac{230 e^{j0^\circ}}{40} = 5,75 e^{j0^\circ} \text{ A} = 5,75 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{1L} = \frac{\underline{U}_1}{jX_L/3} = \frac{230 e^{j0^\circ}}{j \frac{90}{3}} = \frac{230 e^{j0^\circ}}{30 e^{j90^\circ}} = 7,67 e^{-j90^\circ} \text{ A} = -j7,67 \text{ A}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1R} + \underline{I}_{1L} = (5,75 - j7,67) \text{ A} = 9,59 e^{-j53,14^\circ} \text{ A}$$

ili:

$$\underline{Z}_e = R \parallel \left( j \frac{X_L}{3} \right) = \frac{40 \cdot j30}{40 + j30} = 24 \cdot e^{j53,14^\circ} \Omega$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_e} = \frac{230}{24 \cdot e^{j53,14^\circ}} = 9,58 \cdot e^{-j53,14^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{2R} = \underline{I}_{1R} e^{-j120^\circ} = 5,75 e^{-j120^\circ} \text{ A}$$

$$P_{W1} = \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{13} \underline{I}_{2R}^* \} = \underline{U}_{13} \underline{I}_{2R} \cos \varphi(\underline{U}_{13}, \underline{I}_{2R})$$

$$P_{W1} = \sqrt{3} \underline{U}_1 \underline{I}_{2R} \cos 90^\circ = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 5,75 \cdot 0$$

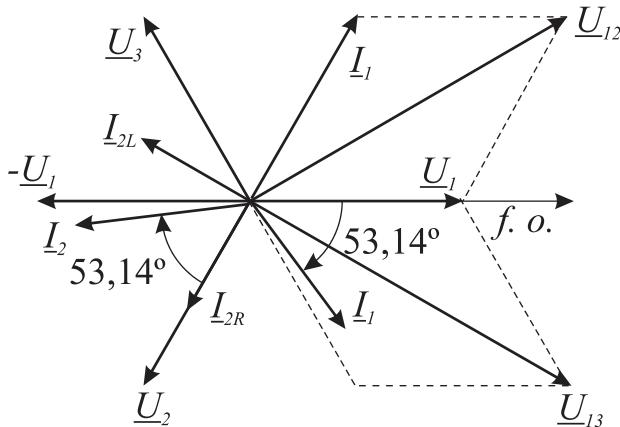
$$P_{W1} = 0 \text{ W}$$

$$P_{W2} = \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_{2L}^* \} = \underline{U}_{12} \underline{I}_{2L} \cos \varphi(\underline{U}_{12}, \underline{I}_{2L}) =$$

$$\sqrt{3} \underline{U}_1 \underline{I}_{1L} \cos 240^\circ = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 7,67 \cdot (-0,5)$$

$$P_{W2} = -1,53 \text{ kW}$$

b)



c)

$$P_R = 3RI_{1R}^2$$

$$P_R = 3,97 \text{ kW}$$

d)

$$P_L = 0 \text{ W}$$