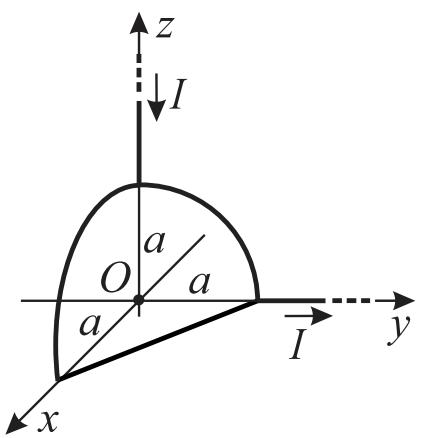


## ZADACI

**Zadatak 1.** Beskonačno dugačka žičana struktura, sa vremenski konstantnom strujom jačine  $I$ , prikazana je na slici 1. Struktura se sastoji od dva dela, na kojima se struja deli ravnomerno. Prvi deo se sastoji od lučnog segmenta u obliku četvrtine kruga, poluprečnika  $a$ , koji leži u  $x$ - $z$  ravni Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema i jednog pravolinjskog segmenta, koji leži u  $x$ - $y$  ravni. Drugi deo se sastoji od lučnog segmenta u obliku četvrtine kruga, poluprečnika  $a$ , koji leži u  $y$ - $z$  ravni. Početak i kraj strukture leže na  $z$ , odnosno  $x$  osi. Odrediti intenzitet, pravac i smer vektora magnetske indukcije u koordinatnom početku (tačka  $O$ ). Sredina je vazduh.

Brojne vrednosti:  $I = 5 \text{ A}$ ,  $a = 3 \text{ cm}$ .



Slika 1.

**Zadatak 2.** Na slici 2a je prikazano magnetsko kolo elektromagneta sa kotvom. Jezgro elektromagneta je načinjeno od materijala 1, dok je kotva načinjena od materijala 1 i 2. Idealizovane krive magnetisanja ovih materijala date su na slici 2b. Da bi elektromagnet privukao kotvu, u vazdušnim procepima treba ostvariti magnetsko polje indukcije  $B_0 = 1,2 \text{ T}$ .

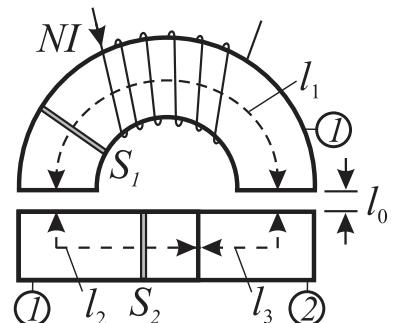
- Odrediti potrebnu vrednost pobude elektromagneta,  $NI$ .
- Izračunati energiju koja se utroši na uspostavljanje magnetskog polja u jezgru elektromagneta i kotvi.

Površina poprečnog preseka jezgra elektromagneta je  $S_1 = 2,5 \text{ cm}^2$ , a kotve  $S_2 = 2 \text{ cm}^2$ .

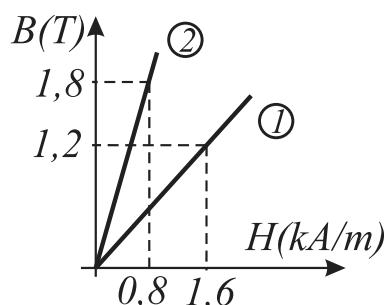
Dužine njihovih središnjih linija su  $\ell_1 = 30 \text{ cm}$ ,  $\ell_2 = 12 \text{ cm}$  i  $\ell_3 = 8 \text{ cm}$ .

Efektivna površina preseka procepa je  $S_0 = 3 \text{ cm}^2$ .

Širina vazdušnog procepa je  $\ell_0 = 0,1 \text{ mm}$ .



Slika 2a.



Slika 2b.

## PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je sakupiti više od 50% poena na svakom od zadataka. Svaki zadatak se bodoju sa 25 poena. Kolokvijum traje dva sata.

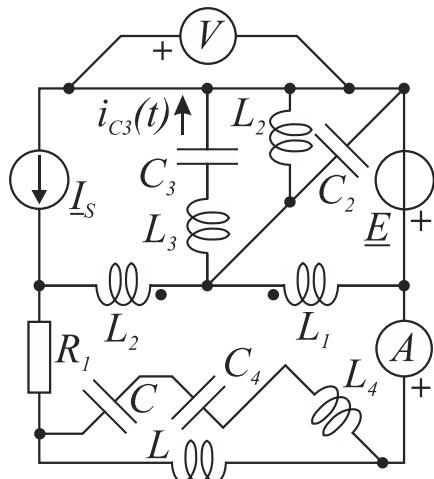
Osnovi elektrotehnike 2  
(II kolokvijum)

## ZADACI

**Zadatak 1.** U mreži prostoperiodične struje prikazanoj na slici 1:

- Odrediti aktivnu snagu naponskog generatora  $\underline{E}$  i reaktivnu snagu strujnog generatora  $\underline{I}_S$ .
- Odrediti pokazivanje idealnih mernih instrumenata.
- Odrediti trenutnu vrednost struje kroz kondenzator kapacitivnosti  $C_3$ ,  $i_{C3}(t)$ .

Brojni podaci su:  $\underline{E} = 5 \text{ V}$ ,  $\underline{I}_S = j2 \text{ A}$ ,  $X_L = X_C = 5 \Omega$ ,  $X_{L1} = 10 \Omega$ ,  $X_{L2} = X_{C2} = 5 \Omega$ ,  $X_{L3} = X_{C3} = 15 \Omega$ ,  $X_{L4} = X_{C4} = 10 \Omega$ ,  $X_{L12} = 3 \Omega$ ,  $R_1 = 5 \Omega$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ .

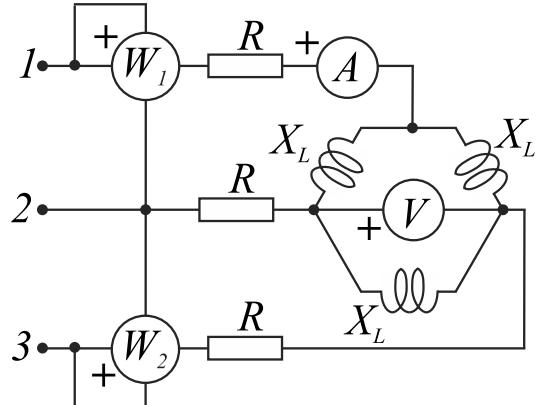


Slika 1.

**Zadatak 2.** Simetričan trofazni prijemnik priključen je na simetričnu trofaznu mrežu faznog napona prve faze  $\underline{U}_1 = 230 \text{ V}$ , kao što je prikazano na slici 2.

- Odrediti pokazivanje idealnih mernih instrumenata.
- Skicirati fazorski dijagram svih veličina od kojih zavisi pokazivanje mernih instrumenata.

Brojni podaci su:  $R = 30 \Omega$ ,  $X_L = 180 \Omega$ .

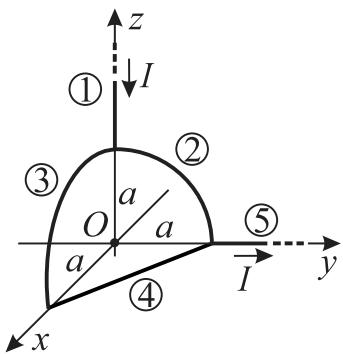


Slika 2.

## PRAVILA POLAGANJA

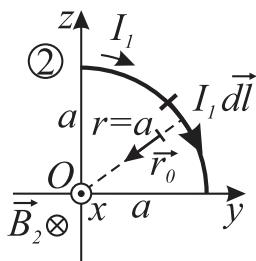
Za položen kolokvijum neophodno je sakupiti više od 50% poena na svakom od zadataka. Svaki zadatak se bodoje sa 25 poena. Kolokvijum traje dva sata.

I-1



$$\boxed{\vec{B}_1 = 0} \quad \sin \alpha(\vec{dl}, \vec{r}_0) = 0$$

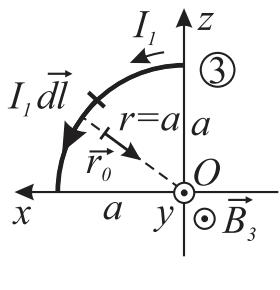
$$\boxed{\vec{B}_5 = 0} \quad \sin \alpha(\vec{dl}, \vec{r}_0) = 0$$



$$\boxed{d\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 \vec{dl} \times \vec{r}_0}{r^2}} \quad dB_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 dl}{a^2} \quad \alpha(\vec{dl}, \vec{r}_0) = \frac{\pi}{2}$$

$$B_2 = \int dB_2 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi a^2} \int_0^{1/2\pi} dl = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi a^2} \frac{a\pi}{2} = \frac{\mu_0 I_1}{8a} = \frac{\mu_0 I}{16a}$$

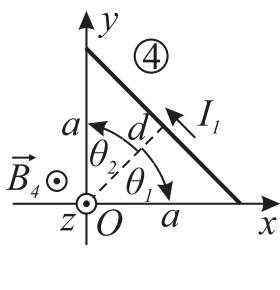
$$\boxed{\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{16a} \cdot (-\vec{i}_x)}$$



$$\boxed{d\vec{B}_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 \vec{dl} \times \vec{r}_0}{r^2}} \quad dB_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 dl}{a^2} \quad \alpha(\vec{dl}, \vec{r}_0) = \frac{\pi}{2}$$

$$B_3 = \int dB_3 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi a^2} \int_0^{1/2\pi} dl = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi a^2} \frac{a\pi}{2} = \frac{\mu_0 I_1}{8a} = \frac{\mu_0 I}{16a}$$

$$\boxed{\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I}{16a} \cdot \vec{i}_y}$$



$$d = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \quad \theta_1 = -\frac{\pi}{4}, \quad \theta_2 = \frac{\pi}{4}$$

$$B_4 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi d} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi \frac{a\sqrt{2}}{2}} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} - \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a \sqrt{2}} \sqrt{2}$$

$$B_4 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \quad \boxed{\vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \cdot \vec{i}_z}$$

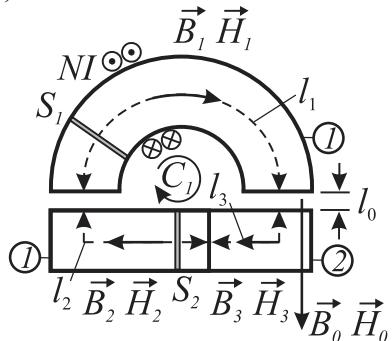
$$\boxed{\vec{B}_O = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 + \vec{B}_5 = \frac{\mu_0 I}{16a} \cdot (-\vec{i}_x) + \frac{\mu_0 I}{16a} \cdot \vec{i}_y + \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \cdot \vec{i}_z}$$

$$\boxed{\vec{B}_O = 13,1 \mu T \cdot (-\vec{i}_x) + 13,1 \mu T \cdot \vec{i}_y + 16,7 \mu T \cdot \vec{i}_z}$$

$$\boxed{|\vec{B}_O| = \sqrt{(13,1 \mu T)^2 + (13,1 \mu T)^2 + (16,7 \mu T)^2} = 24,9 \mu T}$$

I-2

a)

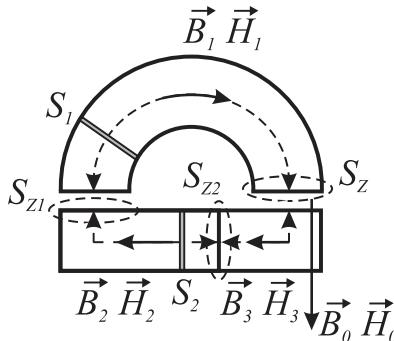


$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$S_Z : -B_1 S_1 + B_0 S_0 = 0 \quad (1)$$

$$S_{Z1} : -B_2 S_2 + B_0 S_0 = 0 \quad (2)$$

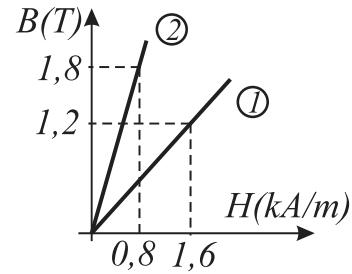
$$S_{Z2} : -B_3 S_2 + B_2 S_2 = 0 \quad (3)$$



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

$$C_1 : H_1 l_1 + 2H_0 l_0 + H_3 l_3 + H_2 l_2 = NI \quad (4)$$

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} \quad (5)$$



Iz uslova zadatka sledi  $B_0 = 1,2 T$ ,  $\Rightarrow H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{1,2}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 955,41 kA/m$

Iz (1) sledi  $B_1 = B_0 \frac{S_0}{S_1} = 1,2 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-4}}{2,5 \cdot 10^{-4}} = 1,44 T$

Sa krive magnetisanja sledi  $H_1 = \frac{B_1}{\mu_1} = \frac{1,44}{\frac{1,2}{1600}} = 1920 A/m$

Iz (2) sledi  $B_2 = B_0 \frac{S_0}{S_2} = 1,2 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-4}} = 1,8 T$

Sa krive magnetisanja sledi  $H_2 = \frac{B_2}{\mu_1} = \frac{1,8}{\frac{1,2}{1600}} = 2400 A/m$

Iz (3) sledi  $B_3 = B_2 = 1,8 T$

Sa krive magnetisanja sledi  $H_3 = \frac{B_3}{\mu_2} = \frac{1,8}{\frac{1,8}{800}} = 800 A/m$

Iz (4) sledi  $NI = H_1 l_1 + 2H_0 l_0 + H_3 l_3 + H_2 l_2 = 1920 \cdot 0,3 + 2 \cdot 955,41 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} + 800 \cdot 0,08 + 2400 \cdot 0,12$

$NI = 1119,1 Azav$

b)

$$W_{mJ} = \frac{1}{2} B_1 H_1 V_1 = \frac{1}{2} B_1 H_1 l_1 S_1 = \frac{1}{2} \cdot 1,44 \cdot 1920 \cdot 0,3 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}$$

$W_{mJ} = 103,68 mJ$

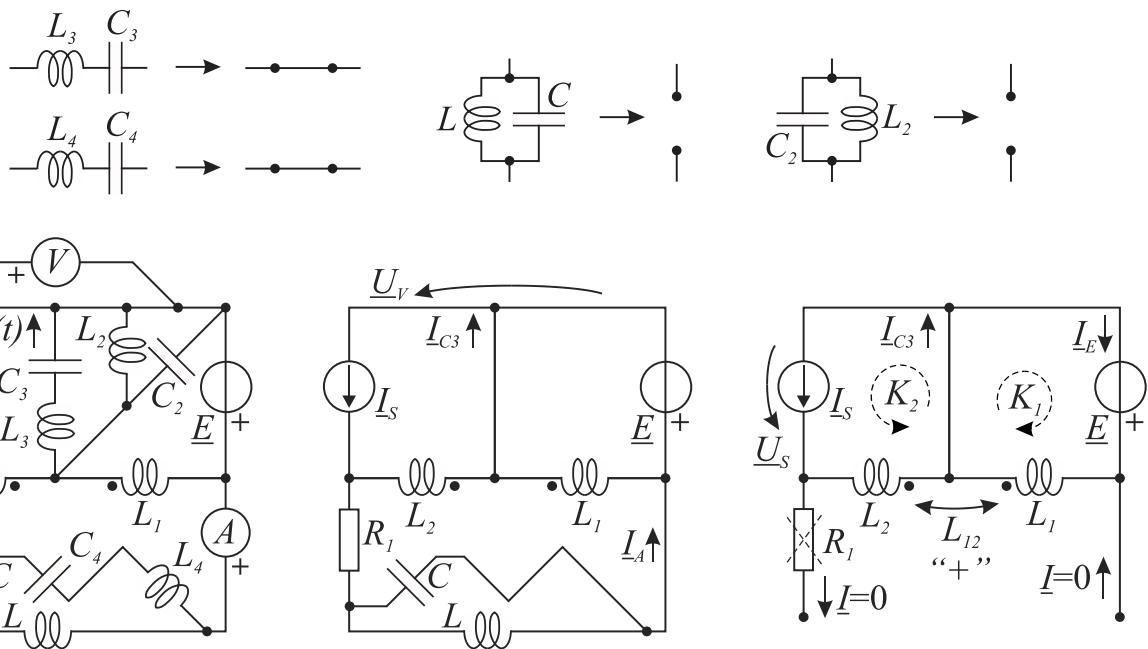
$$W_{mK} = \frac{1}{2} B_2 H_2 V_2 + \frac{1}{2} B_3 H_3 V_3 = \frac{1}{2} B_2 H_2 l_2 S_2 + \frac{1}{2} B_3 H_3 l_3 S_2$$

$$W_{mK} = \frac{1}{2} \cdot 1,8 \cdot 2400 \cdot 0,12 \cdot 2 \cdot 10^{-4} + \frac{1}{2} \cdot 1,8 \cdot 800 \cdot 0,08 \cdot 2 \cdot 10^{-4}$$

$W_{mK} = 63,36 mJ$

II-1

a)



$$K_1 : -\underline{E} + jX_{L1}\underline{I}_E + jX_{L12}\underline{I}_S = 0$$

$$K_2 : -\underline{U}_S + jX_{L2}\underline{I}_S + jX_{L12}\underline{I}_E = 0$$

$$K_1 : \underline{I}_E = \frac{\underline{E} - jX_{L12}\underline{I}_S}{jX_{L1}} = \frac{5 - j3 \cdot j2}{j10} = \frac{5+6}{j10} = -j1,1 A$$

$$K_2 : \underline{U}_S = jX_{L2}\underline{I}_S + jX_{L12}\underline{I}_E = j5 \cdot j2 + j3 \cdot (-j1,1) = -10 + 3,3 = -6,7 V$$

$$\underline{S}_E = \underline{E}\underline{I}_E^* = 5 \cdot j1,1 = j5,5 VA$$

$$\boxed{P_E = \operatorname{Re}\{\underline{S}_E\} = 0 W}$$

$$\underline{S}_{IS} = \underline{U}_S \underline{I}_S^* = -6,7 \cdot (-j2) = j13,4 VA$$

$$\boxed{Q_{IS} = \operatorname{Im}\{\underline{S}_{IS}\} = 13,4 VAr}$$

b)

$$\boxed{I_A = 0 A}$$

$$\boxed{U_V = 0 V}$$

c)

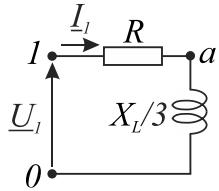
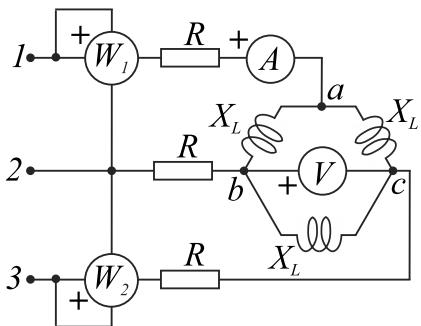
$$\underline{I}_{C3} = \underline{I}_E + \underline{I}_S = -j1,1 + j2 = j0,9 A = 0,9 e^{j90^\circ} A$$

$$\omega = 2\pi f = 314 \frac{rad}{s}$$

$$\boxed{i_{C3}(t) = 0,9 \cdot \sqrt{2} \cos(314t + 90^\circ) A}$$

II-2

a)



$$\underline{Z} = R + jX_L / 3 = (30 + j60) \Omega = 67,1 e^{j63,43^\circ} \Omega$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}} = \frac{230 e^{j0^\circ}}{67,1 e^{j63,43^\circ}} = 3,43 e^{-j63,43^\circ} A$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 e^{-j120^\circ} = 3,43 e^{-j183,43^\circ} A$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 e^{-j240^\circ} = 3,43 e^{-j303,43^\circ} A$$

$$I_A = |\underline{I}_1| = 3,43 A$$

$$\underline{U}_a = \underline{I}_1 jX_L / 3 = 3,43 e^{-j63,43^\circ} \cdot j60 = 3,43 e^{-j63,43^\circ} \cdot 60 e^{j90^\circ} = 205,8 e^{j26,57^\circ} V$$

$$|U_V| = |U_{bc}| = \sqrt{3} |\underline{U}_a| = \sqrt{3} \cdot 205,8 = 356,5 V$$

$$P_{W1} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{U}_{12} \underline{I}_1^* \right\} = \underline{U}_{12} \underline{I}_1 \cos \varphi(\underline{U}_{12}, \underline{I}_1) = \sqrt{3} \underline{U}_1 \underline{I}_1 \cos(30^\circ + 63,43^\circ)$$

$$P_{W1} = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 3,43 \cdot \cos 93,43^\circ$$

$$P_{W1} = -81,75 W$$

$$P_{W2} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{U}_{32} \underline{I}_3^* \right\} = \underline{U}_{32} \underline{I}_3 \cos \varphi(\underline{U}_{32}, \underline{I}_3) = \sqrt{3} \underline{U}_1 \underline{I}_1 \cos(63,43^\circ - 30^\circ)$$

$$P_{W2} = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 3,43 \cdot \cos 33,43^\circ$$

$$P_{W2} = 1140,35 W$$

b)

