

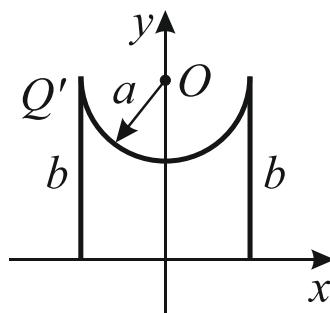
ZADACI

Zadatak 1. Tanak štap od izolacionog materijala, savijen kao što je prikazano na slici 1, nanelektrisan je ravnomerno, podužnom gustinom nanelektrisanja Q' . Štap se sastoji od polukruga, poluprečnika a i, dva pravolinijska segmenta istih dužina b . Štap se nalazi u x - y ravni pravouglog Dekartovog koordinatnog sistema.

- Izračunati vektor jačine električnog polja u tački O koji stvara data kontura. Tačka O se nalazi na y osi, na rastojanju b od koordinatnog početka.
- Izračunati električnu силу којом контура deluje на probno nanelektrisanje $Q_p = 1 \text{ pC}$, ukoliko se ono postavi u tačku O .

Sistem se nalazi u vazduhu. Brojni podaci su:

$$Q' = 3 \text{ nC/m}, a = 3 \text{ cm}, b = a\sqrt{3}, \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}.$$

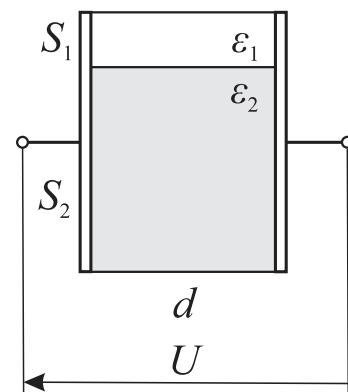


Slika 1.

Zadatak 2. Pločasti kondenzator čiji je poprečni presek prikazan na slici 2, ispunjen je sa dva sloja dielektrika. Rastojanje između elektroda iznosi $d = 5 \text{ mm}$. Relativna permitivnost gornjeg sloja iznosi ϵ_{r1} , a donjeg $\epsilon_{r2} = 2$. Kondenzator je priključen na izvor napona, $U = 50 \text{ kV}$.

- Izvesti u opštim brojevima izraz za kapacitivnost kondenzatora.
- Odrediti relativnu permitivnost prvog sloja ϵ_{r1} , ukoli ko se zna da je energija sadržana u gornjem dielektriku dva puta veća od energije sadržane u donjem dielektriku.
- Izračunati ukupno vezano nanelektrisanje uz razdvojnu površ dva dielektrika.
- Odrediti električnu čvrstinu oba dielektrika, pod uslovom da ne sme da dođe do probora pri zadatom naponu.

Ostali brojni podaci su: $S_1 = 5 \text{ cm}^2$, $S_2 = 3S_1$.



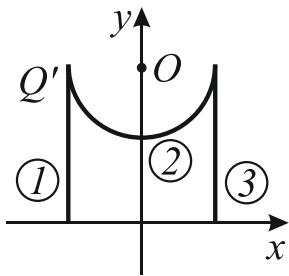
Slika 2.

PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je tačno uraditi više od 50% svakog od zadataka. Svaki zadatak se bodoje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

Z1

a)



$$dE_{1y} = dE_1 \cos \theta$$

$$dE_{1y} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta = \frac{Q'dy}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta$$

$$dE_{1y} = \frac{Q' \cancel{\frac{d\theta}{\cos \theta}}}{4\pi\epsilon_0 r} \cos \theta = \frac{Q' \cancel{\frac{d\theta}{\cos \theta}}}{4\pi\epsilon_0 \frac{a}{\sin \theta}} \cos \theta = \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 a} \sin \theta d\theta$$

$$E_{13} = 2 \cdot \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 a} \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \sin \theta d\theta = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} (-\cos \theta) \Big|_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}}$$

$$E_{13} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} (\cos \theta_{\min} - \cos \theta_{\max}) = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \cos \frac{\pi}{2} \right)$$

$$E_{13} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0 \right) = \frac{Q'\sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\boxed{\vec{E}_{13} = \frac{Q'\sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0 a} (\vec{i}_y)}$$

$$\vec{E}_{2h} = 0 \quad z bog simetrije$$

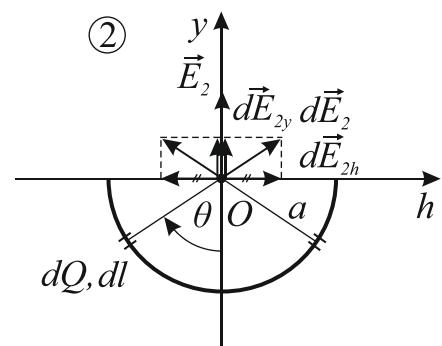
$$dE_2 = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{Q' \cdot dl}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{Q' \cdot \cancel{\mu} \cdot d\theta}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$dE_{2y} = dE_2 \cdot \cos \theta$$

$$E_{2y} = 2 \cdot \int_{po \text{ } 1/2 \text{ luka}}^{\frac{\pi}{2}} dE_{2y} = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Q' \cdot \cos \theta \cdot d\theta}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$E_{2y} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \cdot d\theta = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} \cdot (\sin \theta) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a}$$

$$\boxed{\vec{E}_2 = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} \cdot (\vec{i}_y)}$$



$$\vec{E}_0 = \vec{E}_2 + \vec{E}_{13} = \left(\frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} + \frac{Q'\sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0 a} \right) (\vec{i}_y)$$

$$\vec{E}_0 = \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 a} (2 + \sqrt{3}) (\vec{i}_y)$$

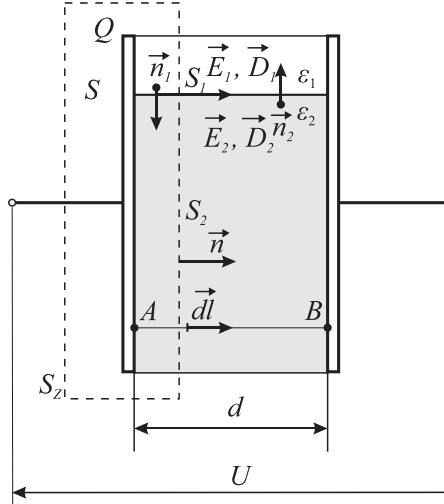
$$\boxed{\vec{E}_0 = 3,36 \frac{kV}{m} (\vec{i}_y)}$$

b)

$$\vec{F} = Q_p \cdot \vec{E}_0 = Q_p \cdot \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 a} (2 + \sqrt{3}) (\vec{i}_y)$$

$$\boxed{F = 3,36 \text{nN}}$$

Z2



Granični uslov:

$$E_{t1} = E_{t2} = E$$

$$D_1 \neq D_2$$

$$\int \overrightarrow{D} \cdot \overrightarrow{ds} = Q_{slobodno u S_z}$$

$$\int_{S_1} D_1 \, ds + \int_{S_2} D_2 \, ds = Q$$

$$D_1 S_1 + D_2 S_2 = Q$$

$$\epsilon_1 E S_1 + \epsilon_2 E S_2 = Q$$

$$E = \frac{Q}{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2}$$

$$D_1 = \epsilon_1 E$$

$$D_2 = \epsilon_2 E$$

a)

$$C = \frac{Q}{U_{AB}}$$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl} = \int_A^B E \, dl = \int_A^B \frac{Q}{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2} \, dl = \frac{Q}{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2} d$$

$$C = \frac{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2}{d} = C_1 + C_2$$

b)

$$W_{e1} = 2 \cdot W_{e2}$$

$$\frac{1}{2} C_1 U^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} C_2 U^2$$

$$\frac{\epsilon_1 S_1}{d} = 2 \cdot \frac{\epsilon_2 S_2}{d}$$

$$\epsilon_{r1} = 2 \cdot \epsilon_{r2} \frac{S_2}{S_1}$$

$$\boxed{\epsilon_{r1} = 12}$$

c)

$$\sigma_{v1} = \vec{n}_1 \cdot \vec{P}_1 = 0$$

$$\sigma_{v2} = \vec{n}_2 \cdot \vec{P}_2 = 0$$

$$\boxed{Q_v = 0 \text{ C}}$$

d)

$$E_{c1} = E_{c2} = E = \frac{Q}{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2} = \frac{CU}{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2} = \frac{\frac{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2}{d} U}{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2} = \frac{U}{d}$$

$$\boxed{E_{c1} = E_{c2} = 100 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}}$$