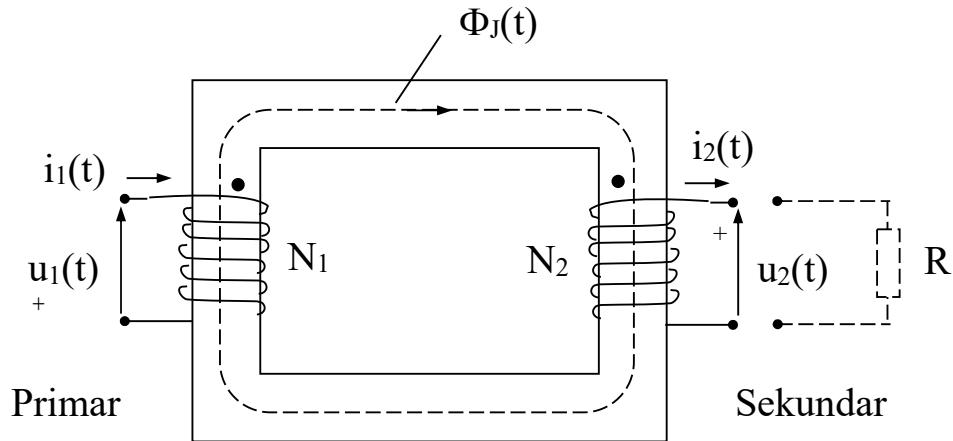


TEORIJA SAVRŠENOG TRANSFOTMATORA



- Savršeni transformator:
 1. zanemareno rasipanje magnetskoga fluksa;
 2. zanemareni gubici usled vihornih struja, histerezisa i otpornosti namotaja.
- Transfotmator u praznom hodu:

$$i_2^0(t) = 0 \quad i_1^0(t) \rightarrow \text{Struja magnetisanja, koja stvara fluks kroz jezgro } \Phi_J.$$

$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1^0(t)}{dt}$$

$$u_1(t) = N_1 \frac{d\Phi_J(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = N_2 \frac{d\Phi_J(t)}{dt}$$

$$\boxed{\frac{u_1(t)}{u_2(t)} = \frac{N_1}{N_2}}$$

Savršeni transformator u praznom hodu.

- Kada se na sekundar transformatora priključi prijemnik, struja sekundara je $i_2(t)$ a u primaru se indukuje dodatna komponenta struje $i_1'(t)$ tako da je:

$$N_2 i_2(t) = N_1 i_1'(t)$$

$$i_1'(t) \gg i_1^0(t)$$

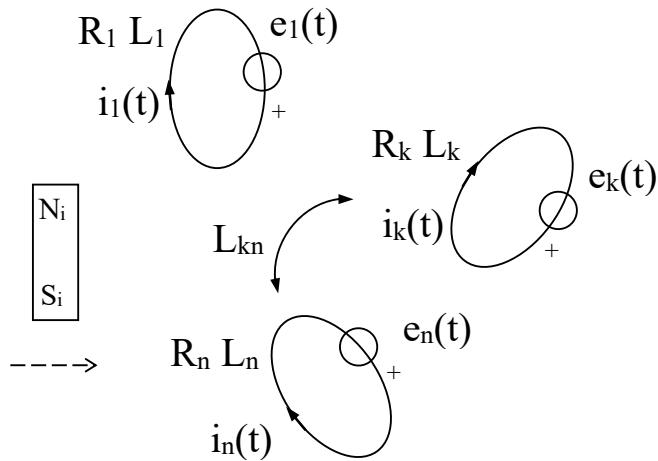
$$i_1(t) = i_1'(t) + i_1^0(t)$$

$$\boxed{\frac{i_1(t)}{i_2(t)} = \frac{N_2}{N_1}}$$

Savršeni transformator.

ENERGIJA I SILE U MAGNETSKOM POLJU

ENERGIJA POTREBNA ZA USPOSTAVLJANJE MAGNETSKOG POLJA



Posmatrajmo sistem od n kontura sa vremenski promenljivim strujama, koje su izvor magnetskog i električnog polja, i m tla od feromagnetskog materijala.

Neka se neka tela i konture kreću ili deformišu pod dejstvom magnetskih sila.

$$dA_g = \sum_{k=1}^n (dA_g)_k$$

$$dA_g = dA_J + dA_{m.sila} + dA_{m.en}$$

Rad svih generatora (dA_g) u intervalu vremena dt utroši se na: Džulove gubitke, dA_J , rad magnetskih sila, dA_m sila i rad potreban za promenu energije magnetskog polja, dA_m en..

Na osnovu ranije izvedenih relacija znamo da je:

$$(dA_g)_k = e_k(t) i_k(t) dt$$

$$e_k(t) = R_k i_k(t) + \frac{d\Phi_k(t)}{dt}$$

Odavde imamo:

$$(dA_g)_k = R_k i_k^2(t) dt + i_k(t) d\Phi_k(t)$$

$$dA_g = \sum_{k=1}^n R_k i_k^2(t) dt + \sum_{k=1}^n i_k(t) d\Phi_k(t) = dA_J + \sum_{k=1}^n i_k(t) d\Phi_k(t)$$

$$dA_g - dA_J = dA_{m.sila} + dA_{m.e.} = \sum_{k=1}^n i_k(t) d\Phi_k(t)$$

$$dA_{m.sila} + dA_{m.e.} = \sum_{k=1}^n i_k(t) d\Phi_k(t)$$

Zakon o održanju energije za **n strujnih kontura.**

Osnovna (i opšta) jednačina za analizu bilansa energije u vremenski promenljivom magnetskom polju.

Rad koji se utroši za uspostavljanje struje (magnetskog polja) u n nepokretnih strujnih kontura (nelinearna sredina)

$$dA_{m.e.} = \sum_{k=1}^n i_k(t) d\Phi_k(t)$$

Rad koji treba izvršiti da se u **n nepokretnih krutih kontura** fluks poveća za $d\Phi_k$, $k=1,2,..n$. (U okolini kontura se nalaze **nepokretna tela** od **feromagnetskog materijala**.

$$(A_m)_{uklj.str.} = \sum_{k=1}^n \int_0^{\Phi_k} i_k(t) d\Phi_k(t)$$

Rad koji treba izvršiti da se fluks kroz konture poveća od 0 do Φ_k . (Važi opšte.)

Ako se struje u konturama postepeno **isključuju**, na račun gornje energije bio bi izvršen rad:

$$(A_m)_{isklj.str.} = \sum_{k=1}^n \int_{\Phi_k}^0 i_k(t) d\Phi_k(t)$$

Zbog gubitaka usled histerezisa u feromagneticima, sledi da je:

$$|(A_m)_{uklj.str.}| \neq |(A_m)_{isklj.str.}|$$

Rad koji se utroši za uspostavljanje struje (magnetskog polja) u n nepokretnih strujnih kontura u linearnoj sredini

U slučaju sistema nepokretnih strujnih kontura u linearnoj sredini, rad $(A_m)_{uklj.str}$ transformiše se u energiju “deponovanu” u magnetskom polju kontura. Kada se struje u konturama isključuju sva se ova energija vrati konturama, bez obzira na proces i redosled uključivanja/isključivanja struja.

$$(A_m)_{uklj.str} = W_m = \sum_{k=1}^n \int_0^{\Phi_k} i_k(t) d\Phi_k(t)$$

Pretpostavimo da se u n nepokretnih, krutih, kontura, u linearnoj sredini, uspostavljaju vremenski konstantne struje, na isti način – tako što linearno rastu s vremenom u intervalu vremena T.

$$i_k(t) = \frac{I_k}{T} t \quad 0 \leq t \leq T$$

u linearnoj sredini je :

$$\Phi_k(t) = \frac{\Phi_k}{T} t \quad 0 \leq t \leq T$$

$$W_m = \sum_{k=1}^n \int_0^{\Phi_k} i_k(t) d\Phi_k(t) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} I_k \Phi_k$$

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n I_k \Phi_k$$

Magnetska energija n strujnih kontura, izražena preko fluksa.

Lako se može pokazati da je u linearnoj sredini: $| (A_m)_{uklj.str.} | = | (A_m)_{isklj.str.} |$

$$(A_m)_{isklj.str.} = \sum_{k=1}^n \int_{\Phi_k}^0 i_k(t) d\Phi_k(t) = - \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} I_k \Phi_k$$

To znači da se sva energija, koja se utroši na uspostavljanje magnetskog polja kontura, nalazi u magnetskom polju. Ta energija se u procesu isključenja struja vrati izvorima.

Izračunavanje energije n strujnih kontura preko induktivnosti.

Fluks kroz k-tu konturu jednak je zbiru:

$$\Phi_k = \Phi_{1k} + \Phi_{2k} + \dots + \Phi_{kk} + \dots + \Phi_{nk}$$

$$\Phi_k = L_{1k}I_1 + L_{2k}I_2 + \dots + L_{jk}I_j + \dots + L_{kk}I_k + \dots + L_{nk}I_n = \sum_{j=1}^n L_{jk}I_j$$

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n L_{kj} I_k I_j$$

Magnetska energija **n strujnih kontura**, izražena preko induktivnosti.

$$W_m = \frac{1}{2} I \Phi = \frac{1}{2} L I^2$$

Magnetska energija **usamljene strujne konture**.

$$W_m = \frac{1}{2} (I_1 \Phi_1 + I_2 \Phi_2)$$

$$W_m = \frac{1}{2} L_{11} I_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} I_2^2 + L_{12} I_1 I_2$$

Magnetska energija **dve spregnute strujne konture**.

Magnetska energija dve spregnute strujne konture može biti veća ili manja od zbira energija ovih kontura kada su usamljene.

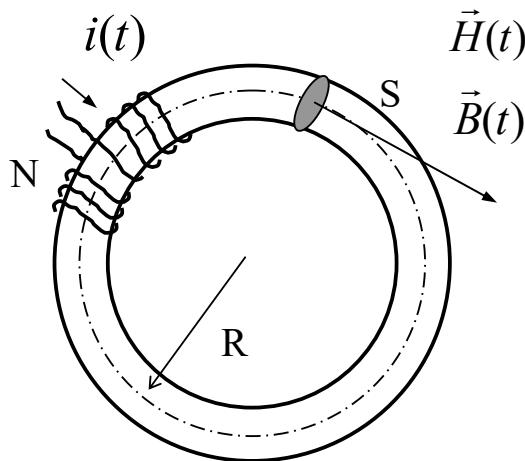
Pokažimo da je za dve spregnute konture $L_{12}^2 \leq L_1 L_2$.

$$W_m = I_1^2 \left(\frac{1}{2} L_{11} + \frac{1}{2} L_{22} x^2 + L_{12} x \right) \rightarrow x = \frac{I_2}{I_1}$$

$$\frac{dW_m}{dx} = I_1^2 (L_{22} x + L_{12}) = 0 \rightarrow x = -\frac{L_{12}}{L_{22}} \rightarrow (W_m)_{\min} = \frac{I_1^2}{2} \left(L_{11} - \frac{L_{12}^2}{L_{22}} \right)$$

$$(W_m)_{\min} > 0 \rightarrow L_{12}^2 \leq L_{11} L_{22}$$

RASPODELA ENERGIJE U MAGNETSKOM POLJU



$$(A_m)_{\Phi_1 \text{ do } \Phi_2} = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} i(t) d\Phi(t)$$

$$H(t) = \frac{Ni(t)}{2\pi R}$$

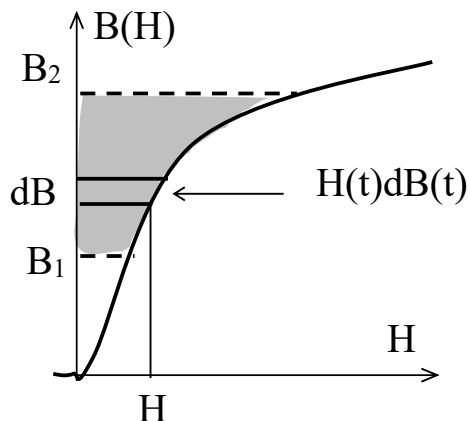
$$d\Phi(t) = NSdB(t)$$

$$(A_m)_{\Phi_1 \text{ do } \Phi_2} = 2\pi RS \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} H(t) dB(t)$$

$$\left(\frac{dA_m}{dv} \right)_{B_1 \text{ do } B_2} = \int_{B_1}^{B_2} H(t) dB(t)$$

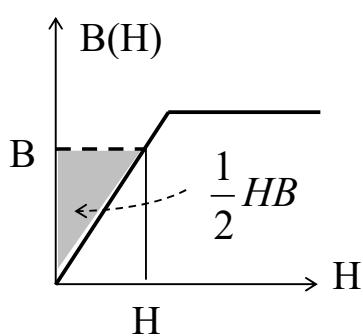
Gustina energije utrošene pri promeni magnetske indukcije od B_1 do B_2 . Važi uopšte (što se može pokazati deljenjem polja na tube fluksa).

Veza između gustine energije utrošene na uspostavljanje magnetskog polja u feromagnetskoj sredini i krive magnetisanja



Gustina energije utrošene pri promeni magnetske indukcije od B_1 do B_2 u feromagnetskom materijalu (gornji izraz) srazmerna je osenčenoj površini.

Gustina energije utrošene pri promeni indukcije od 0 do B u linearnoj sredini ($B=\mu H$) :



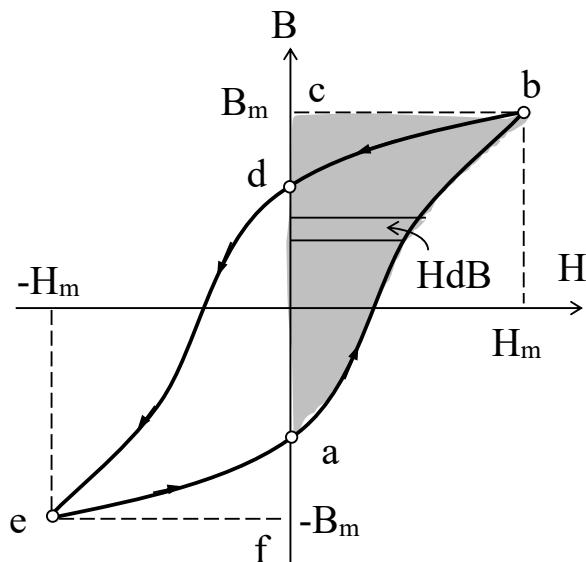
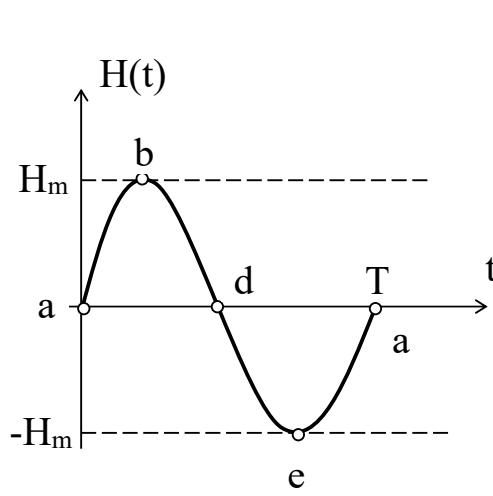
$$\frac{dA_m}{dv} = \int_0^B \frac{B}{\mu} dB = \frac{B^2}{2\mu}$$

$$\frac{dW_m}{dv} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} HB$$

GUBICI U FEROMAGNETSKOM MATERIJALU ZBOG HISTEREZISA

Neka je struja u namotaju tankog torusa od feromagnetskog materijala prostoperiodična funkcija vremena, $i(t) = I_m \sin \omega t$.

$$H(t) = \frac{Ni(t)}{2\pi R} = H_m \sin \omega t$$



DEO PERIODE	GUSTINA ENERGIJE UTROŠENE NA PROMENU INDUKCIJE
$0 \leq t \leq \frac{T}{4}$ $H > 0 \quad dB > 0$	$\frac{dA_m}{dv} = \int_{B_a}^{B_m} HdB > 0 \quad srazmerno \quad S_{abc} \quad \text{rad izvora}$
$\frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2}$ $H > 0 \quad dB < 0$	$\frac{dA_m}{dv} = \int_{B_m}^{B_d} HdB < 0 \quad srazmerno \quad S_{bcd} \quad \text{vraća se izvorima}$
$\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{3T}{4}$ $H < 0 \quad dB < 0$	$\frac{dA_m}{dv} = \int_{B_d}^{-B_m} HdB > 0 \quad srazmerno \quad S_{def} \quad \text{rad izvora}$
$\frac{3T}{4} \leq t \leq T$ $H < 0 \quad dB > 0$	$\frac{dA_m}{dv} = \int_{-B_m}^{B_a} HdB < 0 \quad srazmerno \quad S_{efa} \quad \text{vraća se izvorima}$

Razlika energije koju generatori utroše na promenu polja i energije koja se vrati generatorima, u toku jedne periode, pretvori se u feromagnetskom materijalu u toplotu. Ovi gubici nazivaju se **histerezisni gubici**.

Gustina energije utrošene na histerezisne gubitke u toku jedne periode srazmerna je površini histerezisne petlje.

$$\frac{dW_h}{dv} \text{ srazmerno } S_{\text{histerezisne petlje}}$$

$$\frac{dW_h}{dv} = S_{h.\text{petlje}} \left[T \times \frac{A}{m} \right] = S_{h.\text{petlje}} [mm^2] \times \text{razmera} \left[\frac{T}{mm} \times \frac{A/m}{mm} \right]$$

$$\frac{dP_h}{dv} = \frac{1}{T} \frac{dW_h}{dv} = f \frac{dW_h}{dv} = f \times S_{h.\text{petlje}}$$

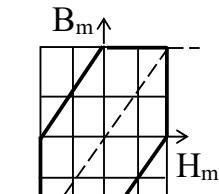
Gustina snage husterezisnih gubitaka.

$$P_h = f \times S_{h.\text{petlje}} \times v$$

Ukupna snaga histerezisnih gubitaka u zapremini v koja se homogeno magnetiše.
Histerezisni gubici srazmerni su prvom stepenu učestanosti.

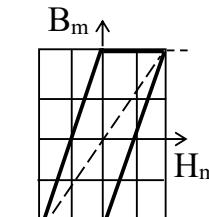
$$P_h = \sum_{pov} \left(\frac{dP_h}{dv} \right) \Delta v$$

Ako se zapremina ne magnetiše homogeno, površina histerezisne petlje će se menjati, pa se zapremina mora izdeliti na delice u kojima je polje približno homogeno.



$$\frac{dW_h}{dv} = 3H_m B_m$$

(a)



$$\frac{dW_h}{dv} = 2H_m B_m$$

(b)

Idealizovane histerezisne petlje dva feromagnetska materijala.
Isprekidana linija je normalna kriva magnetisanja.

Merenje gubitaka usled histerezisa i vrtložnih struja.