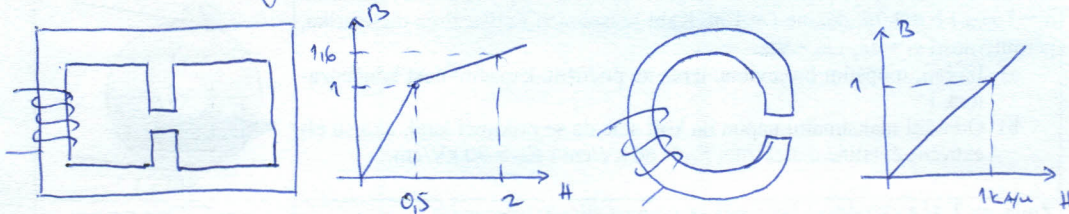
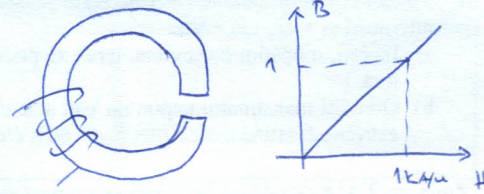


PSI - OET - V18

ZAD. 1 Magnetska kola sa procepom

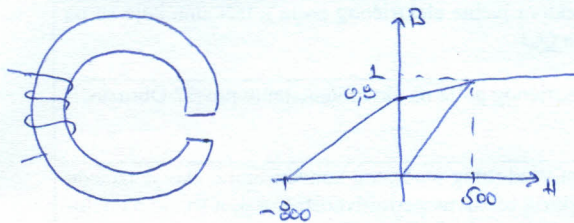


a) MEH. 2. - ZAD. 19



b) MEH - OET 2 - 12.09.2011.
(bez energije)

ZAD. 2. Stalni magnet



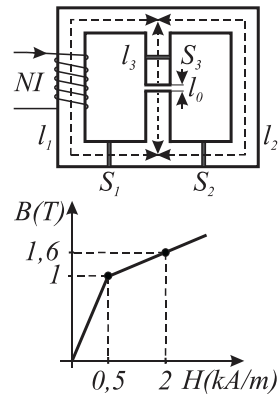
a) MEH. 2 - ZAD. 20

Zadatak 1

Zadatak 19. Za magnetsko kolo prikazano na slici, odrediti:

- jačinu struje u namotaju sa $N = 100$ zavoja, kojom se postiže da indukcija u procepu ima vrednost $B_0 = 0,5 \text{ T}$,
- energiju uloženu za uspostavljanje magnetskog polja u jezgri, ako se zna da je jezgro pre uključivanja struje u namotaju bilo nenamagnetisano.

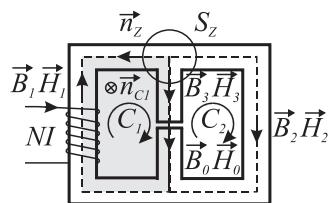
Brojni podaci iznose: $l_1 = l_2 = 20 \text{ cm}$, $l_3 = 8 \text{ cm}$, $l_0 = 0,5 \text{ mm}$, $S_1 = S_2 = 1 \text{ cm}^2$, $S_3 = 1,5 \text{ cm}^2$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$. Rasipanja magnetskog fluksa zanemariti.



Slika 72

Rešenje

a) Zadatak rešavamo primenom I i II Kirhofovog zakona za magnetska kola, pri čemu iz zakona o očuvanju magnetskog fluksa za S_z , prikazanu na slici 73, dobijamo



Slika 73

$$B_1 S_1 = B_2 S_2 + B_3 S_3, \quad (4.17)$$

dok se iz uopštenog Amperovog zakona za zatvorene konture C_1 i C_2 , prikazane na slici 73, dobija

$$\begin{aligned} C_1 : H_1 l_1 + H_3 (l_3 - l_0) + H_0 l_0 &= NI, \\ C_2 : H_2 l_2 - H_3 (l_3 - l_0) - H_0 l_0 &= 0. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Dodatno, u okolini vazdušnog procepa, iz zakona o očuvanju magnetskog fluksa, imamo da je $B_0 S_0 = B_3 S_3$, a zanemarujući rasipanje magnetskog fluksa, pri čemu je $S_0 = S_3$, dobijamo da je $B_0 = B_3 = 0,5 \text{ T}$.

Na osnovu intenziteta vektora magnetske indukcije $B_3 = 0,5 \text{ T}$, vidimo da je grana 3 u linearnom režimu rada, pri čemu se sa krive prvobitnog magnetisanja materijala dobija intenzitet vektora jačine magnetskog polja $H_3 = 250 \text{ A/m}$.

Vazdušni procep je linearna sredina i na osnovu poznavanja intenziteta vektora magnetske indukcije $B_0 = 0,5 \text{ T}$, dobijamo da je

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{0,5}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 398 \frac{\text{kA}}{\text{m}}, \quad (4.19)$$

što nam daje mogućnost da iz uopštenog Amperovog zakona za konturu C_2 , dobijemo

$$H_2 = \frac{H_3 (l_3 - l_0) + H_0 l_0}{l_2} = 1095 \frac{\text{A}}{\text{m}}. \quad (4.20)$$

Ova vrednost je iznad kolena krive prvobitnog magnetisanja ($H_k = 500 \text{ A/m}$), i potrebna nam je jednačina linearne prave kroz dve tačke, kao veza između B_2 i H_2 ,

$$B - B_{k1} = \frac{B_{k2} - B_{k1}}{H_{k2} - H_{k1}} (H - H_{k1}) \Rightarrow B_2 - 1 = \frac{1,6 - 1}{2000 - 500} (H_2 - 500). \quad (4.21)$$

Na osnovu ove veze se dobija da je $B_2 = 1,24 \text{ T}$, a iz jednačine očuvanja magnetskog fluksa dobijamo

$$B_1 = \frac{S_2}{S_1} B_2 + \frac{S_3}{S_1} B_3 = B_2 + \frac{S_3}{S_1} B_3 = 1,988 \text{ T}, \quad (4.22)$$

odakle se vidi da je i ova vrednost iznad kolena krive prvobitnog magnetisanja, tako da sa krive dobijamo vezu između B_1 i H_1 u obliku

$$B_1 = \frac{0,6}{1500} H_1 - \frac{0,6}{1500} 500 + 1. \quad (4.23)$$

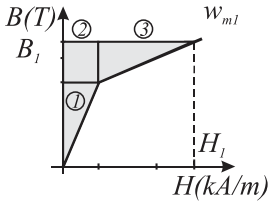
Intenzitet vektora jačine magnetskog polja u prvoj grani iznosi $H_1 = 2970 \text{ A/m}$, a intenzitet električne struje dobijamo iz prve jednačine po uopštenom Ameprovom zakonu

$$I = \frac{H_1 l_1 + H_3 (l_3 - l_0) + H_0 l_0}{N} = 8,13 \text{ A}. \quad (4.24)$$

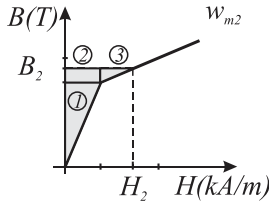
b) Energija utrošena na uspostavljanje magnetskog polja u jezgru se dobija sabiranjem energija u pojedinačnim granama kola,

$$W_m = W_{m1} + W_{m2} + W_{m3} = \omega_{m1} l_1 S_1 + \omega_{m2} l_2 S_2 + \omega_{m3} (l_3 - l_0) S_3, \quad (4.25)$$

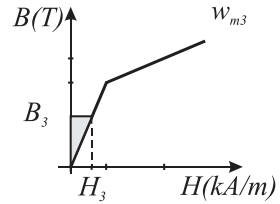
gde su zapreminske gustine magnetskih energija w_{m1} , w_{m2} , w_{m3} , srazmerne površini iznad krive prvobitnog magnetisanja, kao što je prikazano na slikama 74, 75 i 76.



Slika 74



Slika 75



Slika 76

Za pojedine zapreminske gustine magnetske energije se dobijaju sledeće vrednosti

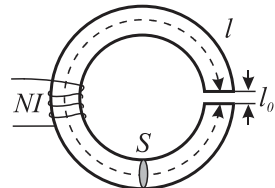
$$\begin{aligned} w_{m1} &= \frac{1}{2} B_{k1} H_{k1} + (B_1 - B_{k1}) H_{k1} + \frac{1}{2} (B_1 - B_{k1}) (H_1 - H_{k1}) = 1964 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}, \\ w_{m2} &= \frac{1}{2} B_{k1} H_{k1} + (B_2 - B_{k1}) H_{k1} + \frac{1}{2} (B_2 - B_{k1}) (H_2 - H_{k1}) = 440 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}, \\ w_{m3} &= \frac{1}{2} B_3 H_3 = 62,5 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}, \end{aligned} \quad (4.26)$$

pri čemu ukupna magnetska energija uložena na uspostavljanje magnetskog polja u jezgru iznosi $W_m = 0,75 \text{ J}$.

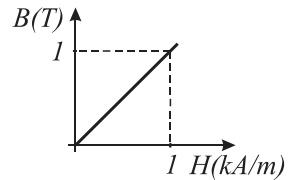
Zadatak 2

Na slici 1 je prikazano magnetsko kolo, u obliku tankog torusa središnje linije $l = 19,9 \text{ cm}$, sa procepom širine $l_0 = 0,1 \text{ cm}$ i površinom poprečnog preseka $S = 0,5 \text{ cm}^2$. Na slici 2 je prikazana kriva prvobitnog magnetisanja materijala. Zanemarujući rasipanja u procepu:

- izvesti u opštim brojevima izraz za radnu pravu magnetskog kola,
- skicirati radnu pravu na dijagramu krive magnetisanja i
- odrediti intenzitet vektora magnetske indukcije u jezgru.



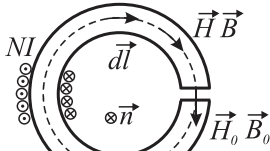
Slika 1



Slika 2

Rešenje

U ovom zadatku se radi o tankom torusnom jezgru, zbog čega smatramo da je po poprečnom preseku jezgra magnetsko polje konstantnog intenziteta.



Slika 3

Primenom uopštenog Amperovog zakona dobijamo:

$$Hl + H_0 l_0 = NI, \quad (0.1)$$

pri čemu se uz zanemarivanje rasipanja, $S = S_0$, dobija da je $B = B_0$.

$$Hl + \frac{B}{\mu_0} l_0 = NI. \quad (0.2)$$

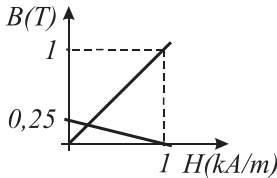
a) Imajući u vidu da je vazdušni procep linearna sredina, možemo napisati da je

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{B}{\mu_0}, \quad (0.3)$$

čime se jednačina iz uopštenog Amperovog zakona modifikuje u oblik

$$Hl + \frac{l_0}{\mu_0} B = NI \Rightarrow B = -\frac{l}{l_0} \mu_0 H + \frac{\mu_0 NI}{l_0}, \quad (0.4)$$

što predstavlja vezu između intenziteta vektora magnetske indukcije i intenziteta vektora jačine magnetskog polja u jezgri torusa, koja se naziva radna prava.



Slika 4

b) Ova radna prava je prikazana na slici 4, a njen presek sa krivom prvobitnog magnetisanja daje radnu tačku, odnosno vrednosti intenziteta vektora \vec{B} i \vec{H} unutar jezgra.

Njenu jednačinu dobijamo kada u prvom koraku stavimo da je $H = 0$, a u drugom da je $B = 0$.

$$H = 0 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{l_0} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 199}{0,1 \cdot 10^{-2}} = 0,25 \text{ mT}, \quad (0.5)$$

$$B = 0 \Rightarrow H = \frac{NI}{l} = \frac{199}{19,9 \cdot 10^{-2}} = 1000 \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

c) Intenzitet vektora magnetske indukcije u jezgri dat je jednačinom:

$$B = \mu H = \frac{1}{1000} H. \quad (0.6)$$

Kad se odavde izrazi vektor jačine magnetskog polja i uvrsti u uopšteni Amperov zakon dobijaju se jednakosti:

$$Hl + \frac{B}{\mu_0} l_0 = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{l + \frac{1}{1000} \frac{l_0}{\mu_0}} = 200 \frac{\text{A}}{\text{m}}, \quad (0.7)$$

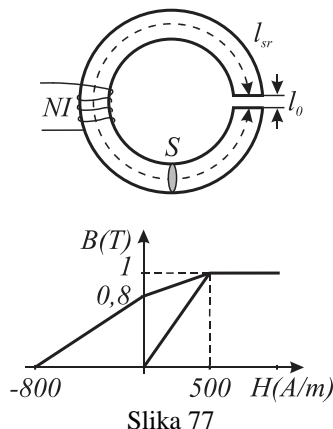
odakle je vrednost intenziteta vektora magnetske indukcije u jezgri,

$$B = 0,2 \text{ T}. \quad (0.8)$$

Zadatak 3

Zadatak 20. Na tanko feromagnetsko torusno jezgro, sa vazdušnim procepom, ravnomerno i gusto je namotano $N = 500$ zavoja tanka žice. U početnom trenutku jezgro je nenamagnetisano i nema struje u namotajima. Uključivanjem izvora i postepenim povećanjem struje, jezgro se dovede u zasićenje, a zatim se struja isključi. Izračunati:

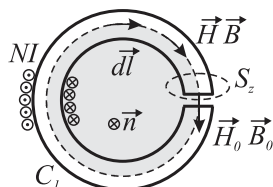
- intenzitete vektora \vec{H} , \vec{B} i \vec{M} u jezgru prilikom uspostavljanja polja, kada jačina struje u namotajima dostigne vrednost $I_a = 1$ A,
- minimalnu jačinu struje potrebnu da se jezgro namagnetise do zasićenja,
- intenzitete vektora \vec{H} , \vec{B} i \vec{M} u jezgru posle isključenja struje ($I_c = 0$ A).



Brojni podaci: $l_{sr} = 0,5$ m, $S = S_0 = 1$ cm², $l_0 = 1$ mm.

Rešenje

U ovom zadatku se radi o tankom torusnom jezgru, zbog čega smatramo da je po poprečnom preseku jezgra magnetsko polje konstantnog intenziteta.



Slika 78

Primenom zakona o održanju magnetskog fluksa, na zatvorenu površinu S_z , kao i uopštenog Amperovog zakona, na zatvorenu konturu C_1 , prikazane na slici 78, dobijamo:

$$\begin{aligned} -BS + B_0S_0 &= 0, \\ Hl_{sr} + H_0l_0 &= NI, \end{aligned} \quad (4.27)$$

pri čemu se uz zanemarivanje rasipanja, $S = S_0$, dobija da je $B = B_0$.

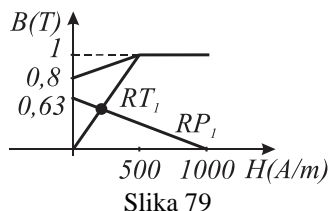
a) Imajući u vidu da je vazdušni procep linearna sredina, možemo napisati da je

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{B}{\mu_0}, \quad (4.28)$$

čime se jednačina iz uopštenog Amperovog zakona modifikuje u oblik

$$Hl_{sr} + \frac{l_0}{\mu_0} B = NI_a \Rightarrow B = -\frac{l_{sr}}{l_0} \mu_0 H + \frac{\mu_0 NI_a}{l_0}, \quad (4.29)$$

što predstavlja vezu između intenziteta vektora magnetske indukcije i intenziteta vektora jačine magnetskog polja u jezgru torusa, koja se naziva radna prava.



Slika 79

Ova radna prava je prikazana na slici 79 i označena kao RP_1 , a njen presek sa krivom prvobitnog magnetisanja daje radnu tačku, označenu kao RT_1 , odnosno vrednosti intenziteta vektora \vec{B} i \vec{H} unutar jezgra.

Radna prava RP_1 preseca ose grafikona na vrednostima (0,63 T, 0 A/m) i (0 T, 1000 A/m), što dobijamo kada u prvom koraku u jednačinu radne prave RP_1 stavimo da je $H = 0$ i dobijamo odgovarajuću vrednost B , a u drugom koraku, stavimo da je $B = 0$, a iz jednačine RP_1 dobijamo odgovarajuću vrednost H .

Presek radne prave sa krivom probitnog magnetisanja dobijamo iz para jednačina:

$$\left. \begin{aligned} B &= -\frac{l_{sr}}{l_0} \mu_0 H + \frac{\mu_0 N I_a}{l_0}, \\ B &= \mu H = \frac{1}{500} H, \end{aligned} \right\} \Rightarrow RT_1 = (0,48 \text{ T}, 239 \text{ A/m}). \quad (4.30)$$

Na osnovu vrednosti radne tačke, dobija se intenzitet vektora magnetizacije unutar jezgra, kao i intenzitet vektora jačine magnetskog polja u procepu

$$M = \frac{B}{\mu_0} - H = 379,7 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \quad \text{i} \quad H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{B}{\mu_0} = 382,2 \frac{\text{kA}}{\text{m}}. \quad (4.31)$$

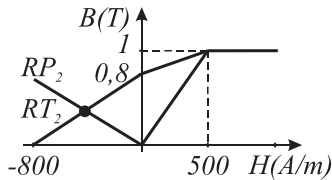
b) Da bi se jezgro namagnetisalo do zasićenja neophodno je da intenziteti vektora magnetske indukcije i vektora jačine magnetskog polja dostignu vrednosti kolena krive probitnog magnetisanja, odnosno B_k i H_k , pri čemu je tada zadovoljena jednakost

$$H_k l_{sr} + \frac{l_0}{\mu_0} B_k = N I_{\min} \Rightarrow I_{\min} \geq \frac{H_k l_{sr} + \frac{l_0}{\mu_0} B_k}{N} = 2,09 \text{ A}. \quad (4.32)$$

c) Isključivanjem struje u namotajima, $I_c = 0 \text{ A}$, nestaje inicijalno magnetsko polje namotaja i dolazi do delimičnog razmagnetisanja jezgra. Na osnovu rešenja Amperovog zakona, dobijamo da je radna prava RP_2 , u ovom slučaju oblika

$$H l_{sr} + \frac{l_0}{\mu_0} B = 0 \Rightarrow B = -\frac{l_{sr}}{l_0} \mu_0 H = -k_1 H, \quad (4.33)$$

što predstavlja linearnu zavisnost između B i H u jezgru, koja je prikazana na slici 80.



Slika 80

Radna prava RP_2 prolazi kroz tačke na dijagramu $(0 \text{ T}, 0 \text{ A/m})$ i $(0,502 \text{ T}, -800 \text{ A/m})$, a presek sa krivom razmagnetisanja, koja je opisana jednačinom prave kroz dve tačke

$$B - 0 = \frac{0,8 - 0}{0 - (-800)} [H - (-800)], \quad (4.34)$$

dobijamo u radnoj tački RT_2 , sa vrednostima:

$$\left. \begin{aligned} B &= -\frac{l_{sr}}{l_0} \mu_0 H \\ B &= \frac{0,8}{800} H + 0,8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow RT_2 = (0,31 \text{ T}, -491,3 \text{ A/m}). \quad (4.35)$$

Na osnovu ovih vrednosti, intenziteti vektora magnetizacije jezgra i vektora jačine magnetskog polja u procepu iznose $M = 238 \text{ kA/m}$ i $H_0 = 238,8 \text{ kA/m}$, za situaciju kada je električna struja u namotajima isključena.