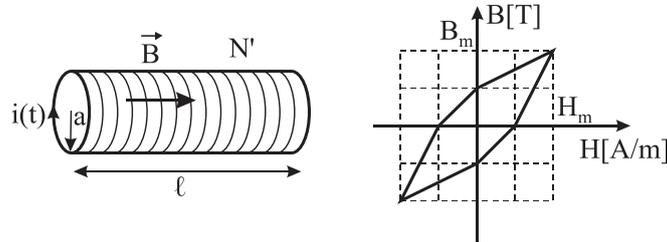


EM-OET2-V15

Zadatak 1. Solenoid poluprečnika $a=2$ cm i dužine $l=1$ m ima $N'=1000$ zavojaka po jedinici dužine i kroz njih protiče prostoperiodična struja $i(t)=I_m \cdot \cos \omega t$ ($I_m=1$ A, $\omega=314$ rad/s). Jezgro solenoida je od feromagnetskog materijala ($\mu=10^{-3}$ H/m) čija je histerezisna petlja data na slici. Izračunati gubitke nastale u jezgru solenoida, usled histerezisa, u intervalu vremena od 5 minuta.



Rešenje:

$$H(t) = N' \cdot i(t)$$

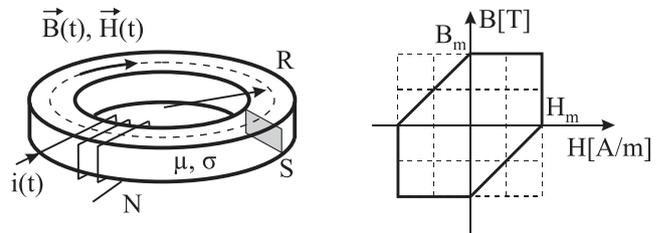
$$B(t) = \mu \cdot N' \cdot i(t) = \mu \cdot N' \cdot I_m \cdot \cos \omega t$$

$$w_{1\text{ per}} \sim 5 \cdot \frac{B_m}{2} \cdot \frac{H_m}{2} = \frac{5}{4} \cdot B_m \cdot H_m = \frac{5}{4} \cdot \mu \cdot H_m^2 = \frac{5}{4} \cdot \mu \cdot (N' \cdot I_m)^2$$

$$W_{1\text{ per}} = w_{1\text{ per}} \cdot V_{\text{sol}} = \frac{5}{4} \cdot \mu \cdot N'^2 \cdot I_m^2 \cdot a^2 \pi \cdot l = 1,57 \text{ J}$$

$$W_h = \underset{\substack{\text{broj} \\ \text{perioda}}}{f \cdot t} \cdot W_{1\text{ per}} = 50 \cdot 5 \cdot 60 \cdot 1,57 \quad \boxed{W_h = 23,562 \text{ kJ}}$$

Zadatak 2. Na tanko torusno feromagnetsko jezgro, permeabilnosti μ i specifične provodnosti σ , namotano je ravnomerno i gusto N zavojaka tanke žice. U zavojcima postoji prostoperiodična struja amplitude I_m , učestanosti f . Na slici je data histerezisna petlja feromagnetskog materijala od koga je načinjeno jezgro. Odrediti gubitke usled histerezisa nastale u jezgru u intervalu vremena koji traje t sekundi.



Rešenje:

$$H_m = \frac{NI_m}{2\pi R} \quad B_m = \mu \cdot \frac{NI_m}{2\pi R}$$

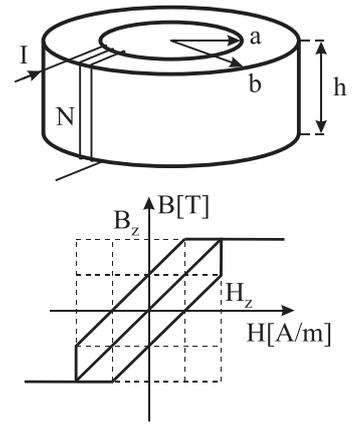
$$w_h = 3 \cdot B_m \cdot H_m = 3 \cdot \mu \cdot \left(\frac{NI_m}{2\pi R} \right)^2$$

$$p_h = f \cdot w_h = f \cdot 3 \cdot \mu \cdot \left(\frac{NI_m}{2\pi R} \right)^2$$

$$P_h = p_h \cdot S \cdot 2\pi R$$

$$W_h = P_h \cdot t$$

Zadatak 3. Na slici su prikazani debelo torusno jezgro sa N gusto i ravnomerno namotanih zavojsa tanke žice i normalna kriva magnetisanja i maksimalna histerezisna petlja materijala od kog je jezgro načinjeno. Koordinate vrha histerezisne petlje su $H_z=150$ A/m, $B_z=1$ T. Struja u namotaju je prostoperiodična funkcija vremena $i(t) = I_m \cdot \cos 2\pi ft$. Izračunati:



- a) amplitudu struje pri kojoj je jedna polovina jezgra u zasićenju,
 b) energiju utrošenu na zagrevanje jezgra usled histerezisa u intervalu vremena $t=3$ min, kada amplituda struje ima vrednost izračunatu pod a,
 Ostali brojni podaci su: $a=3$ cm; $b=h=5$ cm; $N=314$ zav; $f=50$ Hz.

Rešenje:

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

$$H \cdot 2\pi r = NI$$

$$H_m = \frac{NI_m}{2\pi r} \quad a < r < b$$

a)

$$H_m(r_c) = H_z = \frac{NI_m}{2\pi r_c} = 150 \text{ A/m} \quad r_c = a + \frac{b-a}{2} = 4 \text{ cm}$$

$$I_m = \frac{H_z \cdot 2\pi r_c}{N} \quad \boxed{I_m = 0,12 \text{ A}}$$

b)

$$w_h = 7 \cdot \frac{B}{2} \cdot \frac{H}{2} = \frac{7}{4} \cdot B \cdot H$$

$$w_h = \begin{cases} \frac{7}{4} \cdot B_z \cdot H_z, & a < r < r_c \quad \text{zasićenje} \\ \frac{7}{4} \cdot \mu \cdot \left(\frac{NI_m}{2r\pi}\right)^2, & r_c < r < b \quad \text{linearni režim} \end{cases}$$

$$W_h = f \cdot t \cdot \left[\frac{7}{4} \cdot B_z \cdot H_z \cdot (r_c^2 - a^2) \cdot \pi \cdot h + \int_{r_c}^b \frac{7}{4} \cdot \mu \cdot \left(\frac{NI_m}{2r\pi}\right)^2 \cdot 2r\pi \cdot dr \cdot h \right]$$

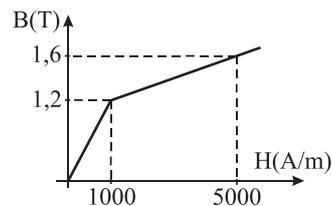
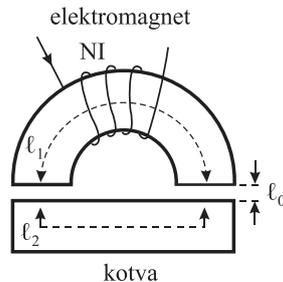
$$W_h = f \cdot t \cdot \left[\frac{7}{4} \cdot B_z \cdot H_z \cdot (r_c^2 - a^2) \cdot \pi \cdot h + \frac{7}{4} \cdot \mu \cdot \frac{(NI_m)^2}{2\pi} \cdot h \cdot \int_{r_c}^b \frac{dr}{r} \right]$$

$$W_h = f \cdot t \cdot \left[\frac{7}{4} \cdot B_z \cdot H_z \cdot (r_c^2 - a^2) \cdot \pi \cdot h + \frac{7}{4} \cdot \mu \cdot \frac{(NI_m)^2}{2\pi} \cdot h \cdot \ln \frac{b}{r_c} \right]$$

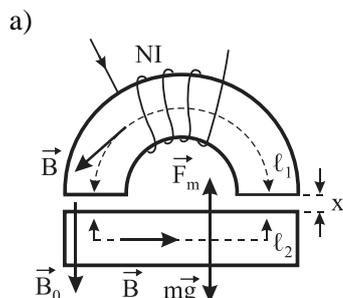
$$\boxed{W_h = 524,5 \text{ J}}$$

Zadatak 4. Na slici je prikazan elektromagnet sa kotvom čija je pobuda $NI=2000$ Azav. Jezgro elektromagneta i kotva su načinjeni od istog materijala, čija je kriva magnećenja, takođe, prikazana na slici.

a) Izvesti izraz za intenzitet sile kojom jezgro privlači kotvu.
 b) Izračunati taj intenzitet. Rasipanja zanemariti.
 Brojni podaci su: $S=1 \text{ cm}^2$, $l_1=25 \text{ cm}$, $l_2=10 \text{ cm}$, $l_0=1 \text{ mm}$, $g=9,81 \text{ m/s}^2$.



Rešenje:



$$F_{mx} = - \frac{dW_m}{dx} \Big|_{\Phi = const.}$$

$$F_{mx} = + \frac{dW_m}{dx} \Big|_{I = const.}$$

$$W_m = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot B \cdot H \cdot V_J + \frac{1}{2} \cdot B \cdot H \cdot V_K}_{\text{prilikom pomeranja kotve ovi članovi se ne menjaju}} + \frac{1}{2} \cdot B_0 \cdot H_0 \cdot 2 \cdot V_0$$

$$V_0 = l_0 \cdot S = x \cdot S$$

$$F_{mx} = - \frac{dW_m}{dx} = - \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{2} \cdot B_0 \cdot H_0 \cdot 2 \cdot x \cdot S \right] = \frac{1}{2} \cdot B_0 \cdot H_0 \cdot 2 \cdot S = B_0 \cdot H_0 \cdot S = B_0 \cdot \frac{B_0}{\mu_0} \cdot S$$

$$F_{mx} = \frac{B_0^2}{\mu_0} \cdot S$$

b) $H \cdot (l_1 + l_2) + 2 \cdot H_0 \cdot l_0 = NI$

Pretpostavimo da je kolo u linearnom režimu rada: $H = \frac{B}{\mu}$ $\mu = \frac{1,2}{1000}$

$$\frac{B}{\mu} \cdot (l_1 + l_2) + 2 \cdot \frac{B}{\mu_0} \cdot l_0 = NI \quad (B = B_0)$$

$$B = \frac{NI}{\frac{l_1 + l_2}{\mu} + \frac{2 \cdot l_0}{\mu_0}} = 1,06 T \Rightarrow \text{Pretpostavka je ok.}$$

$$B_0 = 1,06 T$$

$$F_{mx} = \frac{B_0^2}{\mu_0} \cdot S \quad F_{mx} = 89,72 N$$

$$F_m = Q = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{F_m}{g} \quad m = 9,15 kg$$

* Kada je kotva privučena jednačina postaje: $H \cdot (l_1 + l_2) = NI$

$$\frac{B}{\mu} \cdot (l_1 + l_2) = NI \Rightarrow NI = 309,2 \text{ Azav}$$

$$\begin{matrix} NI_{STARO} = 2000 \text{ Azav} & \text{za privlačenje} \\ NI_{NOVO} = 309,2 \text{ Azav} & \text{za držanje} \end{matrix}$$