

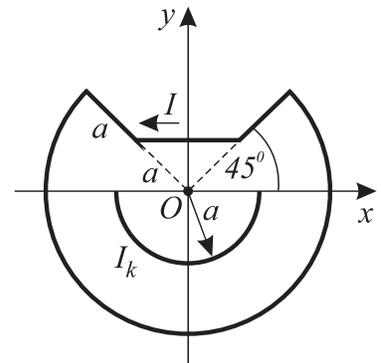
ZADACI

Zadatak 1. Žičani provodnik sa vremenski konstantnom strujom jačine I , savijen je kao što je prikazano na slici 1. Provodnik se nalazi u x - y ravni Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema. U istoj ravni se nalazi i deo druge konture u obliku polukruga poluprečnika a sa strujom jačine I_k .

- Odrediti u opštim brojevima izraz za vektor magnetske indukcije u koordinatnom početku koji stvara kontura sa strujom jačine I .
- Odrediti smer struje u drugom provodniku, I_k , i izračunati njen intenzitet tako, da ukupan vektor magnetske indukcije u koordinatnom početku bude jednak 0.

Sredina je vazduh.

Brojne vrednosti su: $I=0,4\pi$ A, $a=2$ cm, $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$ H/m.

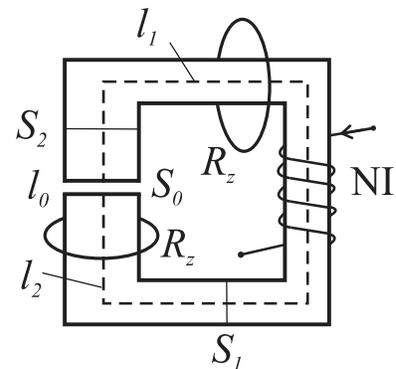


Slika 1.

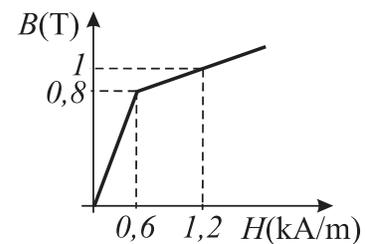
Zadatak 2. Na slici 2a je prikazano tanko magnetsko kolo načinjeno od feromagnetskog materijala čija je idealizovana kriva prvobitnog magnetisanja prikazana na slici 2b. Pre uključivanja struje u namotaju, jezgro je bilo nenamagnetisano. Postepenim povećanjem struje u namotaju, dostignuta je vrednost magnetskog polja $H_1 = 1,5$ kA/m u grani sa namotajem. Odrediti:

- Broj amperzavojaka, potrebnih da se dostigne data jačina magnetskog polja, H_1 .
- Smer i količinu naelektrisanja, q , kroz probne zavojke otpornosti $R_z = 20 \Omega$, prilikom uspostavljanja polja
- Energiju sadržanu u široj grani magnetskog kola.

Brojni podaci su: $l_1 = 14$ cm, $l_2 = 6$ cm, $l_0 = 0,5$ mm, $S_1 = 1,8$ cm², $S_2 = S_0 = 2,5$ cm².



Slika 2a.



Slika 2b.

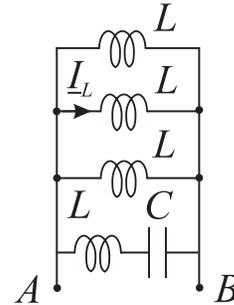
PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je tačno uraditi više od 50% svakog od zadataka. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

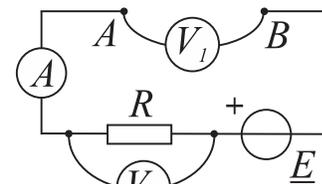
ZADACI

Zadatak 1. Na slici 1a je prikazano složeno rezonantno kolo koje je sastavljeno od reaktivnih elemenata. Brojne vrednosti parametara kola su $L = 1 \text{ mH}$ i $C = 30 \text{ }\mu\text{F}$.

- Odrediti sve rezonantne i antirezonantne kružne učestanosti kola.
- Ako se na priključke A i B priključi realni naponski generator prikazan na slici 2b, unutrašnje rezistanse $R = 400 \text{ }\Omega$ i ems čija je kružna učestanost jednaka manjoj antirezonantnoj učestanosti, efektivna vrednost jednaka 5 V i početna faza jednaka $\theta = \pi/3$, odrediti pokazivanje idealnih mernih instrumenata.
- Odrediti trenutnu vrednost jačine struje $i_L(t)$.



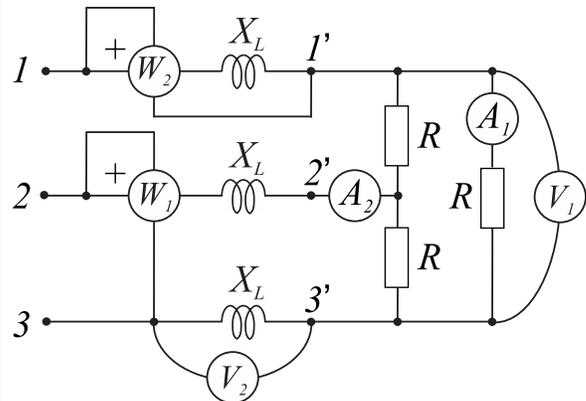
Slika 1a.



Slika 1b.

Zadatak 2. Trofazni prijemnik, otpornosti $R = 15 \text{ }\Omega$, priključen je na simetričnu trofaznu mrežu faznog napona prve faze $\underline{U}_1 = 230 \text{ V}$, preko induktivnog trofaznog voda reaktanse $X_L = 5 \text{ }\Omega$, kao što je prikazano na slici 2. Odrediti:

- Pokazivanje idealnog vatmetra W_1 . Na fazorskom dijagramu nacrtati fazore veličina od kojih zavisi pokazivanje vatmetra.
- Pokazivanje idealnih ampermetara.
- Na osnovu pokazivanja ampermetra A_1 , odrediti snagu Džulovih gubitaka otpornika koji se nalazi u grani sa ampermetrom A_1 .
- Pokazivanje idealnih voltmetara.
- Pokazivanje idealnog vatmetra W_2 .



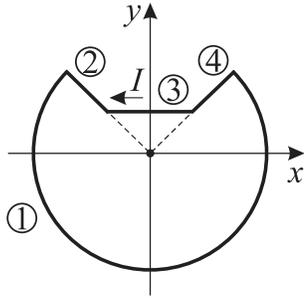
Slika 2.

PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je tačno uraditi više od 50% svakog od zadataka. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

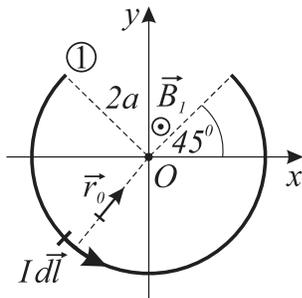
K1 Z1

a)



$$\vec{B}_0 = \sum_{i=1}^4 \vec{B}_i$$

$$\vec{B}_2 = \vec{B}_4 = 0 \rightarrow d\vec{l} \times \vec{r}_0 = 0$$



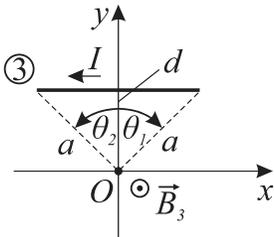
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{(2a)^2} \sin \angle(\vec{dl}, \vec{r}_0) \quad \angle(\vec{dl}, \vec{r}_0) = \frac{\pi}{2}$$

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{(2a)^2}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi (2a)^2} \int_0^{2a \frac{3\pi}{2}} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi (2a)^2} \cdot 3a\pi$$

$$\boxed{B_1 = \frac{3\mu_0 I}{16a}} \quad \boxed{\vec{B}_1 = B_1 \cdot (\vec{i}_z)}$$



$$\theta_1 = -\frac{\pi}{4}, \quad \theta_2 = \frac{\pi}{4}, \quad d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

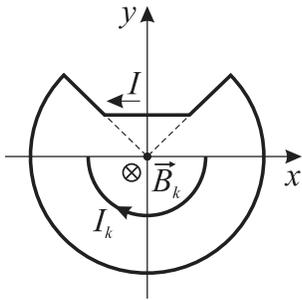
$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{a\sqrt{2}}{2}} \left(\sin \frac{\pi}{4} - \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{a\sqrt{2}}{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

$$\boxed{\vec{B}_3 = B_3 \cdot (\vec{i}_z)}$$

$$\boxed{\vec{B}_0 = \left[\frac{3\mu_0 I}{16a} + 0 + \frac{\mu_0 I}{2\pi a} + 0 \right] \cdot (\vec{i}_z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(1 + \frac{3\pi}{8} \right) \cdot (\vec{i}_z)}$$

b)



$$\vec{B}_k + \vec{B}_0 = 0$$

$$\vec{B}_k = B_k \cdot (-\vec{i}_z)$$

$$B_k = \frac{\mu_0 I_k}{4\pi a^2} \int_0^{2\pi - \alpha} dl = \frac{\mu_0 I_k}{4\pi a^2} \cdot a\pi = \frac{\mu_0 I_k}{4a}$$

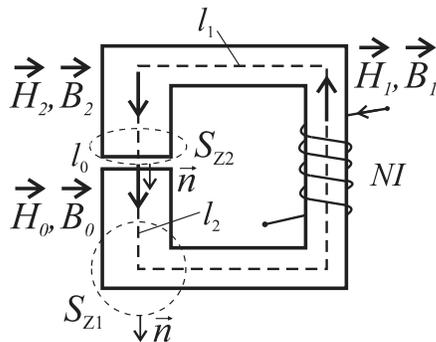
$$B_k = B_0$$

$$\frac{\mu_0 I_k}{4a} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(1 + \frac{3\pi}{8}\right)$$

$$I_k = \frac{2I}{\pi} \left(1 + \frac{3\pi}{8}\right) = \frac{2 \cdot 0,4 \cancel{\pi}}{\cancel{\pi}} \left(1 + \frac{3\pi}{8}\right) = \boxed{1,7A}$$

K1 Z2

a)



$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

$$H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_0 \cdot l_0 = NI \quad (1)$$

$$\oint_{S_{z1}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\Phi_2 = \Phi_1$$

$$B_2 \cdot S_2 = B_1 \cdot S_1 \quad (2)$$

$$\oint_{S_{z2}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\Phi_2 = \Phi_0$$

$$B_2 \cdot S_2 = B_0 \cdot S_0, \quad (S_2 = S_0)$$

$$B_2 = B_0 \quad (3)$$

$$H_1 = 1,5 \frac{kA}{m} \quad \text{sledi da je } B_1 \text{ u drugom delu krive}$$

$$B - 0,8 = \frac{1 - 0,8}{1200 - 600} (H - 600)$$

$$B = \frac{0,2}{600} H + 0,6$$

$$B_1 = \frac{0,2}{600} \cdot 1500 + 0,6 = 1,1 T$$

Iz (2) sledi $B_2 = \frac{S_1}{S_2} B_1 = \frac{1,8}{2,5} \cdot 1,1 = 0,792 T < 0,8 T$

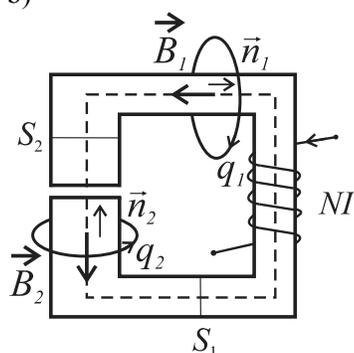
$$H_2 = \frac{B_2}{\mu} = \frac{0,792}{\frac{0,8}{600}} = 594 \frac{A}{m}$$

Iz (3) sledi $B_0 = B_2 = 0,792 T$

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = 630,253 \frac{kA}{m}$$

Iz (1) sledi $NI = 1500 \cdot 0,14 + 594 \cdot 0,06 + 630,253 k \cdot 0,5 m = \boxed{560,77 \text{ Azav}}$

b)



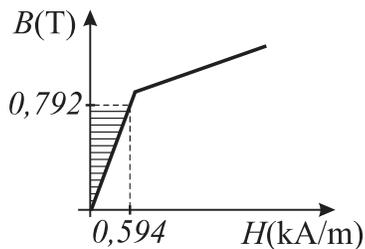
$$q = -\frac{1}{R_Z} (\Phi_{kr} - \Phi_{poc})$$

$$\Phi_{poc} = 0$$

$q_1 = q_2$ pošto je $\Phi_1 = \Phi_2$

$$q_1 = q_2 = \frac{1}{R_Z} \cdot B_1 S_1 = \frac{1}{R_Z} \cdot B_2 S_2 = \boxed{9,9 \mu C}$$

c)



$$W_m = \int_{V_2} w_m \cdot dV = \frac{1}{2} B_2 H_2 \cdot l_2 S_2 = \frac{1}{2} 0,792 \cdot 594 \cdot 0,06 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} = \boxed{3,53 mJ}$$

K2 Z1

a)

$$\underline{Z}_{AB} = j\frac{1}{3}\omega L \parallel \left(j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) = j\frac{\omega L}{3} \parallel \frac{1-\omega^2 LC}{j\omega C}$$

$$\underline{Z}_{AB} = \frac{j\frac{\omega L}{3} \cdot \frac{1-\omega^2 LC}{j\omega C}}{j\frac{\omega L}{3} + \frac{1-\omega^2 LC}{j\omega C}} = \frac{j\cancel{\omega L} \cdot \frac{1-\omega^2 LC}{j\cancel{\omega C}}}{\cancel{3j\omega C}} = j \frac{\omega L(1-\omega^2 LC)}{3-4\omega^2 LC}$$

$$R: \operatorname{Im}\{\underline{Z}_{AB}\} = 0$$

$$\omega L(1-\omega^2 LC) = 0$$

$$\omega L = 0 \quad \vee \quad (1-\omega^2 LC) = 0$$

$$\omega_{R1} = 0 \quad \omega_{R2} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$AR: \operatorname{Im}\left\{ \frac{1}{\underline{Z}_{AB}} \right\} = 0$$

$$3-4\omega^2 LC = 0$$

$$\omega_{AR1} = \sqrt{\frac{3}{4LC}} = 5000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

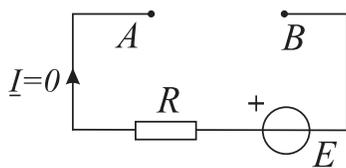
$$\omega_{AR2} \rightarrow \infty$$

b)

$$e(t) = 5\sqrt{2} \cos\left(\omega_{AR1}t + \frac{\pi}{3}\right) V$$

$$\underline{E} = 5e^{j\pi/3} V$$

pri $\omega = \omega_{AR1}$, \underline{Z}_{AB} se ponaša kao prekid



$$I_A = 0 A$$

$$U_{V2} = 0 V$$

$$U_{V1} = |\underline{E}| = 5 V$$

c)

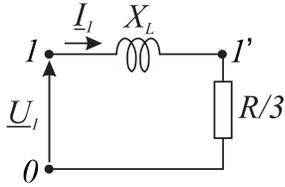
$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_L} = \frac{\underline{E}}{j5} = \frac{\cancel{5}e^{j\pi/3}}{\cancel{5}e^{j\pi/2}} = 1e^{j(\pi/3-\pi/2)} = 1e^{-j\pi/6} A$$

$$\underline{Z}_L = j\omega_{AR2}L = j5\Omega$$

$$i_L(t) = 1\sqrt{2} \cos\left(5000t - \frac{\pi}{6}\right) A$$

K2 Z2

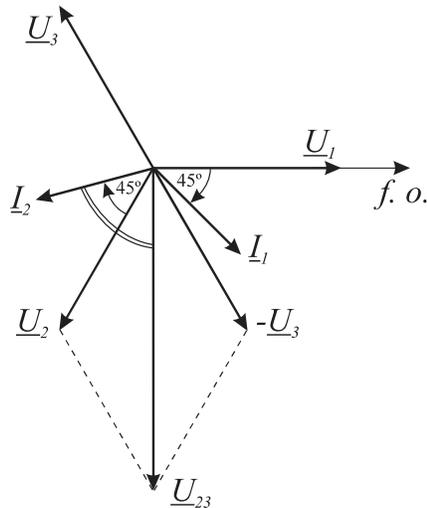
a)



$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{jX_L + \frac{R}{3}} = \frac{230 e^{j0^\circ}}{(5 + j5)} = \frac{230 e^{j0^\circ}}{5\sqrt{2}e^{j45^\circ}} = 32,53 e^{-j45^\circ} \text{ A}$$

$$P_{W1} = \operatorname{Re}\{\underline{U}_{23} \underline{I}_2^*\} = U_{23} I_2 \cos \angle(\underline{U}_{23}, \underline{I}_2) = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos(30^\circ + 45^\circ) = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 32,53 \cdot \cos 75^\circ$$

$$\boxed{P_{W1} = 3354 \text{ W}}$$



b)

$$\boxed{I_{A1} = \frac{|\underline{I}_1|}{\sqrt{3}} = \frac{32,53}{\sqrt{3}} = 18,78 \text{ A}}$$

$$\boxed{I_{A2} = |\underline{I}_2| = I_1 = 32,53 \text{ A}}$$

c)

$$P_R = R \cdot I_{A1}^2 = 15 \cdot 18,78^2 = \boxed{5291 \text{ W}}$$

d)

$$\boxed{U_{V1} = R \cdot I_{A1} = 15 \cdot 18,78 = 281,7 \text{ V}}$$

$$\boxed{U_{V2} = |\underline{U}_{33'}| = X_L \cdot |\underline{I}_3| = X_L \cdot I_1 = 5 \cdot 32,53 = 162,65 \text{ V}}$$

e)

$$P_{W2} = \operatorname{Re}\{\underline{U}_{11'} \underline{I}_1^*\} = \boxed{0 \text{ W}}$$

