

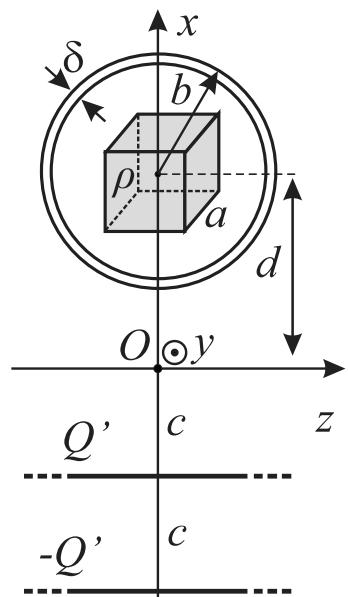
ZADACI

Zadatak 1. Zapreminska gustina naelektrisanja u naelektrisanoj kocki, stranice $a = 2 \text{ cm}$, ima konstantnu vrednost $\rho_0 = 5 \mu\text{C}/\text{m}^3$. Naelektrisana kocka se nalazi unutar nenaelektrisane provodne sferne ljske, debljine δ , spoljašnjeg poluprečnika $b = 6 \text{ cm}$, kao što je prikazano na slici 1. Centri kocke i sferne ljske se poklapaju i nalaze se na x osi, na rastojanju $d = 20 \text{ cm}$ od centra Dekartovog koordinatnog sistema. Dve tanke beskonačne niti, od izolacionog materijala, nanelektrisane su istim podužnim gustinama nanelektrisanja Q' , suprotnog predznaka, i postavljene su u $x-z$ ravni, paralelno sa z osom. Odrediti:

- Ukupnu količinu nanelektrisanja, Q_K , u nanelektrisanoj kocki.
- Količine nanelektrisanja na površima provodne ljske.
- Podužnu gusinu nanelektrisanja Q' , tako da ukupan vektor jačine električnog polja u koordinatnom početku bude jednak nuli.

Brojni podaci su: $c = 15 \text{ cm}$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

Nanelektrisane niti se nalaze na dovoljno velikom rastojanju od provodne ljske, tako da je njihov međusobni uticaj, kao i uticaj na raspodelu nanelektrisanja na provodnoj ljsci zanemarljiv.

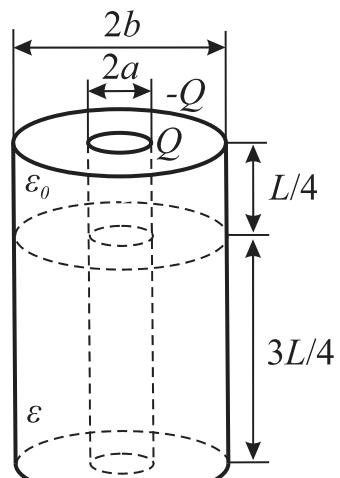


Slika 1.

Zadatak 2. Koaksijalni kabl poluprečnika elektroda a i b , dužine L , ispunjen je do $3/4$ svoje zapremine tečnim dielektrikom relativne permitivnosti ϵ_r , i postavljen u vertikalni položaj, kao što je prikazano na slici 2. Kabl je priključen na izvor napona U .

- Izvesti izraz za kapacitivnost kabla.
- Dok je kabl priključen na izvor napona U , kroz odgovarajući otvor na njemu, tečni dielektrik se dopuni, tako da on zauzima čitavu zapreminu strukture. Pri tome se kapacitivnost kabla poveća za 20%, u odnosu na prvobitnu vrednost. Na osnovu ovoga, izračunati relativnu permitivnost tečnog dielektrika, ϵ_r .

Brojni podaci su: $a = 1 \text{ mm}$, $b = 2,7a$, $L = 1 \text{ m}$, $U = 10 \text{ kV}$.



Slika 2

PRAVILA POLAGANJA

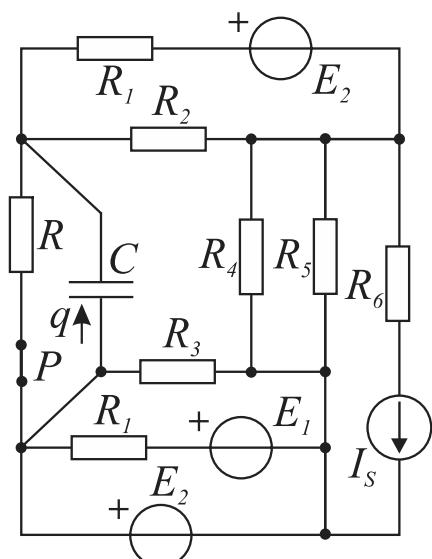
Za položen kolokvijum neophodno je sakupiti više od 50% poena na svakom od zadataka. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

ZADACI

Zadatak 1. U kolu vremenski konstantne struje, sa slike 1, pri otvaranju prekidača P , kroz kondenzator kapacitivnosti C protekne količina nazelektrisanja $q = 22,5 \mu\text{C}$, u naznačenom referentnom smeru.

- Primenjujući Tevenenovu teoremu, odrediti vrednost kapacitivnost kondenzatora, C .
- Odrediti snagu otpornika u grani sa prekidačem kada je prekidač zatvoren.

Brojni podaci su: $R = 10 \Omega$, $R_1 = 30 \Omega$, $R_2 = 60 \Omega$, $R_3 = 20 \Omega$, $R_4 = 30 \Omega$, $R_5 = 15 \Omega$, $R_6 = 10 \Omega$, $E_1 = 7 \text{ V}$, $E_2 = 15 \text{ V}$, $I_S = 1 \text{ A}$.

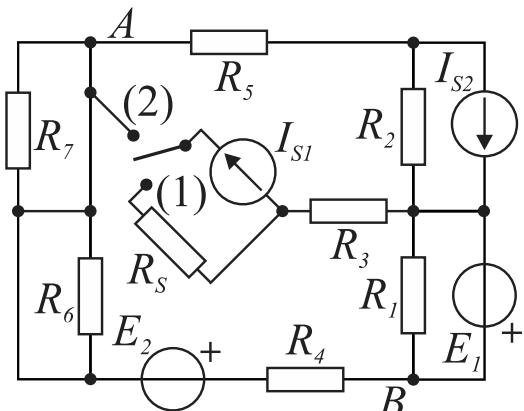


Slika 1.

Zadatak 2. Kada se u mreži sa slike 2, preklopnik prebaci iz položaja (1) u položaj (2), napon između tačaka A i B se poveća za $\Delta U_{AB} = 5 \text{ V}$.

- Primenjujući teoremu superpozicije, izračunati jačinu struje strujnog generatora, I_{S1} .
- Izračunati snagu strujnog generatora I_{S1} , kada je preklopnik u položaju (2).
- Izračunati snagu na otporniku otpornosti R_1 , kada je preklopnik u položaju (2).

Brojni podaci su: $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$, $R_4 = 5 \Omega$, $R_5 = R_6 = R_7 = 15 \Omega$, $R_S = 100 \Omega$, $E_1 = 2 \text{ V}$, $E_2 = 6 \text{ V}$, $I_{S2} = 5 \text{ A}$.



Slika 2.

PRAVILA POLAGANJA

Za položen kolokvijum neophodno je sakupiti više od 50% poena na svakom od zadataka. Svaki zadatak se boduje sa 25 poena. Kolokvijum traje jedan sat i trideset minuta.

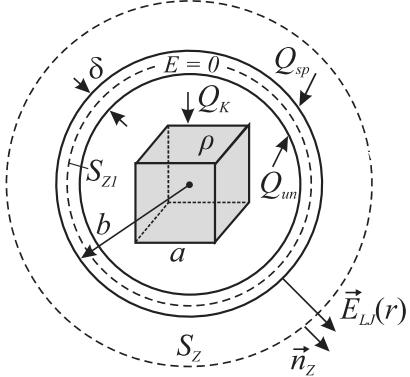
I-1

a)

$$Q_K = \int_{V_K} \rho dV = \int_{V_K} \rho_0 dV = \rho_0 V_K = \rho_0 a^3$$

$$Q_K = 40 \text{ pC}$$

b)



$$\oint_{S_{Z1}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{unutar S_{Z1}}}{\epsilon_0}$$

$E = 0$, u provodniku

$$0 = \frac{Q_K + Q_{un}}{\epsilon_0}$$

$$Q_{un} = -Q_K = -40 \text{ pC}$$

$$Q_{LJ} = Q_{un} + Q_{sp} = 0$$

$$Q_{sp} = -Q_{un} = 40 \text{ pC}$$

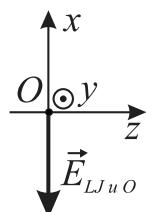
c)

$$\oint_{S_z} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{unutar S_z}}{\epsilon_0} \quad \nabla \cdot (\vec{E}_{LJ}, \vec{n}_z) = 0$$

$$E_{LJ}(r) 4\pi r^2 = \frac{Q_K + Q_{un} + Q_{sp}}{\epsilon_0} = \frac{Q_K}{\epsilon_0}$$

$$E_{LJ}(r) = \frac{Q_K}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad r > b$$

$$\vec{E}_{LJuO} = \frac{Q_K}{4\pi\epsilon_0 d^2} \cdot (-\vec{i}_x)$$

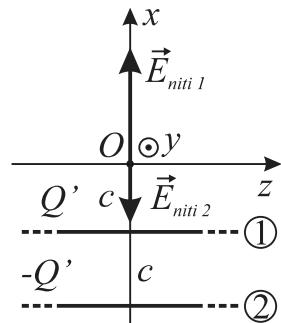


$$E_{niti1} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 c}$$

$$\vec{E}_{niti1} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 c} \cdot \vec{i}_x$$

$$E_{niti2} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 2c}$$

$$\vec{E}_{niti2} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 2c} \cdot (-\vec{i}_x)$$



$$\vec{E}_o = \vec{E}_{LJuO} + \vec{E}_{niti1} + \vec{E}_{niti2} = \left(\frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 c} - \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 2c} - \frac{Q_K}{4\pi\epsilon_0 d^2} \right) \cdot \vec{i}_x = \left(\frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 2c} - \frac{Q_K}{4\pi\epsilon_0 d^2} \right) \cdot \vec{i}_x$$

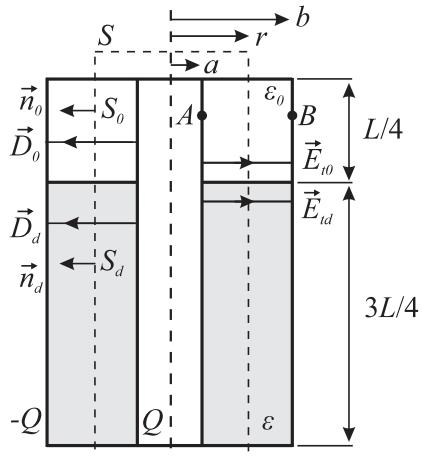
$$|\vec{E}_o| = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 2c} - \frac{Q_K}{4\pi\epsilon_0 d^2} = 0$$

$$Q' = \frac{2\pi\epsilon_0 2c}{4\pi\epsilon_0 d^2} Q_K = \frac{c}{d^2} Q_K$$

$$Q' = 150 \text{ pC/m}$$

I-2

a)



Granični uslov:

$$E_{t0} = E_{td} \quad E_0 = E_d = E$$

$$D_{n0} \neq D_{nd}$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{us}$$

$$\int_{S_{OM}} D \, ds = Q$$

$$\int_{OM_1} D_0 \, ds + \int_{OM_2} D_d \, ds = Q$$

$$D_0 \frac{2\pi r}{4} + D_d \frac{2\pi r}{4} = Q \quad (D_0 = \epsilon_0 E, \quad D_d = \epsilon E = \epsilon_r \epsilon_0 E)$$

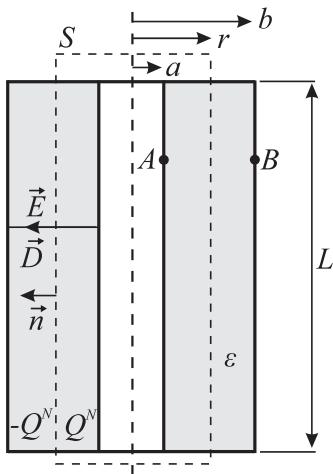
$$E = \frac{Q}{\left(\epsilon_0 \frac{L}{4} + \epsilon_r \epsilon_0 \frac{3L}{4} \right) 2\pi r}, \quad a \leq r \leq b$$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b E \, dr = \int_a^b \frac{Q}{\left(\epsilon_0 \frac{L}{4} + \epsilon_r \epsilon_0 \frac{3L}{4} \right) 2\pi r} \, dr = \frac{Q}{\left(\epsilon_0 \frac{L}{4} + \epsilon_r \epsilon_0 \frac{3L}{4} \right) 2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{\left(\epsilon_0 \frac{L}{4} + \epsilon_r \epsilon_0 \frac{3L}{4} \right) 2\pi}{\ln \frac{b}{a}}$$

b)

$$U = 10 \text{ kV} = \text{const.} \quad \epsilon_0 \rightarrow \epsilon$$



$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{us}$$

$$\int_{S_{OM}} D \, ds = Q$$

$$D \frac{2\pi r L}{2\pi} = Q \quad (D = \epsilon E = \epsilon_r \epsilon_0 E)$$

$$E = \frac{Q}{2\pi \epsilon_r \epsilon_0 r L}, \quad a \leq r \leq b$$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b E \, dr = \frac{Q}{2\pi \epsilon_r \epsilon_0 L} \ln \frac{b}{a}$$

$$C^{NOVO} = \frac{2\pi \epsilon_r \epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$$

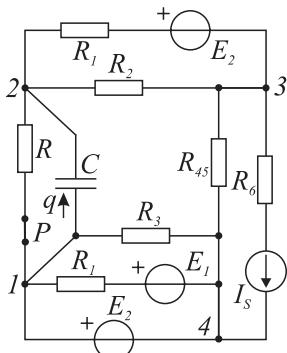
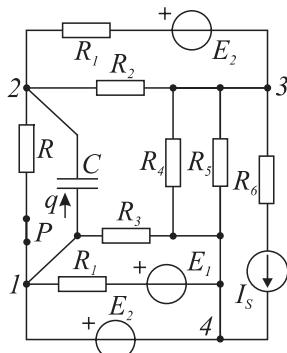
$$C^{NOVO} = 1,2 C$$

$$\frac{2\pi \epsilon_r \epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}} = 1,2 \frac{\left(\epsilon_0 \frac{L}{4} + \epsilon_r \epsilon_0 \frac{3L}{4} \right) 2\pi}{\ln \frac{b}{a}} / \cdot \frac{\ln \frac{b}{a}}{\epsilon_0 L 2\pi}$$

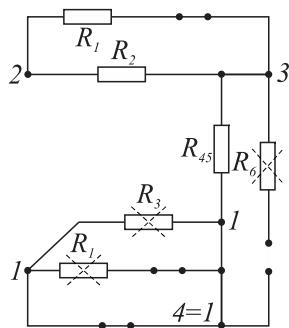
$$\epsilon_r = 1,2 \cdot \left(\frac{1}{4} + \epsilon_r \frac{3}{4} \right) \quad \boxed{\epsilon_r = 3}$$

II-1

a)

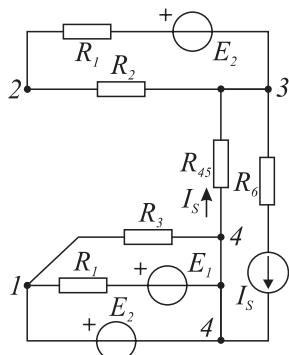


$$R_{45} = R_4 \parallel R_5 = 30 \parallel 15 = 10 \Omega$$



$$R_T = R_{45} + (R_1 \parallel R_2) = 10 + (30 \parallel 60) = 10 + 20$$

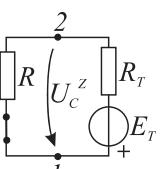
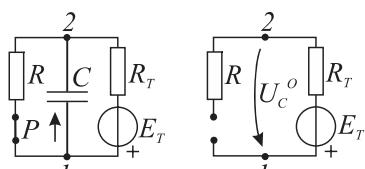
$$R_T = 30 \Omega$$



$$E_T = U_{12} = U_{14} + U_{43} + U_{32} = E_2 + I_S R_{45} - \frac{R_2}{R_2 + R_1} E_2$$

$$E_T = 15 + 1 \cdot 10 - \frac{60}{60 + 30} \cdot 15 = 15 + 10 - 10$$

$$E_T = 15 V$$



$$q = C(U_c^{KR} - U_c^{POC}) = C(U_c^o - U_c^z)$$

$$C = \frac{q}{U_c^o - U_c^z}$$

$$U_c^o = E_T = 15 V$$

$$U_c^z = \frac{R}{R + R_T} E_T = \frac{10}{10 + 30} \cdot 15 = 3,75 V$$

$$C = \frac{q}{U_c^o - U_c^z} = \frac{22,5 \cdot 10^{-6}}{15 - 3,75} = \frac{22,5 \cdot 10^{-6}}{11,25} = 2 \cdot 10^{-6} F$$

$$\boxed{C = 2 \mu F}$$

b)

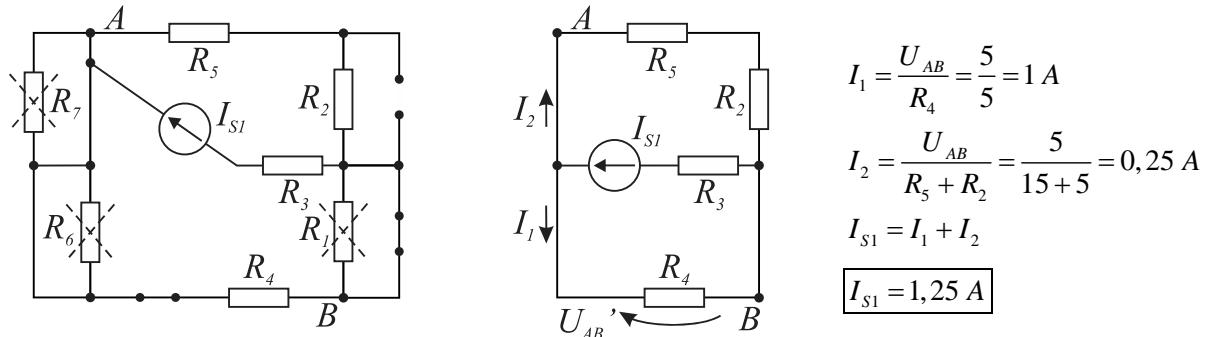
Kada je prekidač zatvoren:

$$P_R^z = \frac{(U_c^z)^2}{R} = \frac{3,75^2}{10} \quad \boxed{P_R^z = 1,41 W}$$

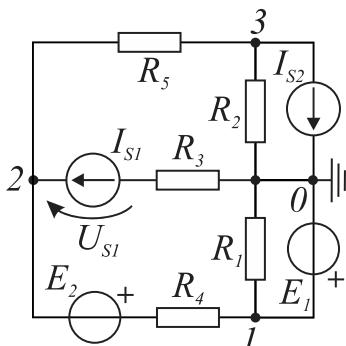
II-2

a)

$$U_{AB}^{(2)} = U_{AB}^{(1)} + U_{AB}' \quad \Rightarrow \quad \Delta U_{AB} = U_{AB}^{(2)} - U_{AB}^{(1)} = U_{AB}' = 5V$$



b)



$$\begin{aligned}
 V_0 &= 0 \text{ V}, & V_1 = E_1 &= 2 \text{ V} \\
 V_2 \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3 + \infty} + \frac{1}{R_5} \right) - V_1 \left(\frac{1}{R_4} \right) - V_3 \left(\frac{1}{R_5} \right) &= I_{S1} - \frac{E_2}{R_4} \\
 V_3 \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{\infty} \right) - V_2 \left(\frac{1}{R_5} \right) &= -I_{S2} \\
 \hline
 V_2 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{15} \right) - 2 \cdot \left(\frac{1}{5} \right) - V_3 \left(\frac{1}{15} \right) &= 1,25 - \frac{6}{5} & / \cdot 15 \\
 V_3 \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{5} \right) - V_2 \left(\frac{1}{15} \right) &= -5 & / \cdot 15 \\
 \hline
 \left. \begin{aligned} 4V_2 - V_3 &= 6,75 \\ 4V_3 - V_2 &= -75 \end{aligned} \right\} &\quad \Rightarrow \quad V_2 = -3,2 \text{ V}, & V_3 &= -19,55 \text{ V}
 \end{aligned}$$

$$U_{S1} = U_{20} + R_3 I_{S1} = (V_2 - V_0) + R_3 I_{S1} = (-3, 2 - 0) + 10 \cdot 1,25 = -3,2 + 12,5 = 9,3 V$$

$$P_{s1} = U_{s1} I_{s1} = 9,3 \cdot 1,25$$

c)

$$U_{R1} = U_{10} = (V_1 - V_0) = V_1 = 2V$$

$$P_{R1} = \frac{U_{R1}^2}{R_1} = \frac{2^2}{20} =$$

$P_{R1} = 0, 2 \text{ W}$
