

Osnovi elektrotehnike 2

(I kolokvijum)

K1

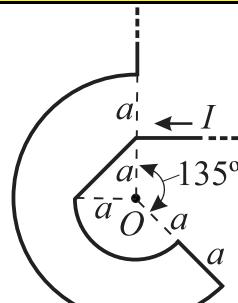
08.07.2016.

ZADACI

Zadatak 1. Na slici 1 je prikazana tanka, veoma dugačka, žičana kontura sa strujom jačine $I = 1 \text{ A}$. Kontura leži u x - y ravni i savijena je kao što je prikazano na slici.

- Odrediti, u opštim brojevima, izraz za vektor magnetske indukcije u tački O ,
- Izračunati intenzitet ovog vektora.

Ostali podaci su: $a = 5 \text{ cm}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$.

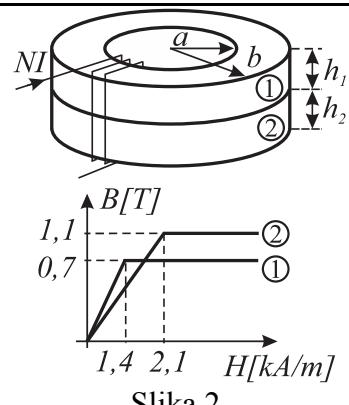


Slika 1.

Zadatak 2. Na slici 2 je prikazano debelo torusno jezgro, načinjeno od dva različita materijala i njihove krive prvočitnog magnetisanja. Na jezgro je ravnomerno namotano $N = 170$ zavojaka u kojima se uspostavila struja jačine I . Odrediti:

- jačinu struje, I , pri kojoj će tri četvrtine dela jezgra načinjenog od materijala 2 biti u zasićenju, i
- fluks vektora magnetske indukcije kroz poprečni presek jezgra, pri struji određenoj pod a).

Dimenzije jezgra su: $a = 3 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $h_1 = h_2 = 1 \text{ cm}$.



Slika 2.

TEORIJSKA PITANJA

VREMENSKI const. MAG. POLJE
Teorija 1. Dva kružna zavojka, poluprečnika a , u kojima postoje iste struje jačine I_0 , nalaze se na međusobnom rastojanju d . Skicirati linije vektora magnetske indukcije u okolini ove strukture.

Teorija 2. U veoma dugačkom pravolinijskom provodniku, poluprečnika a , postoji struja jačine I_0 . Odrediti kako se menja intenzitet vektora magnetske indukcije unutar provodnika?

Teorija 3. Objasniti ukratko šta predstavlja pojam "magnetizacija materijala". Kojom veličinom se opisuje magnetizacija i kako se definiše ova veličina?

Teorija 4. Skicirati linije vektora B , H i M , u procesu magnetizacije cilindra, poluprečnika a , napravljenog od feromagnetskog materijala.

PROMENJIVO. MAG.
Teorija 5. Veoma dugačak pravolinijski provodnik, poluprečnika a , u kom postoji struja jačine I_0 , preseca sferu poluprečnika b , pri čemu njen centar leži na pravcu provodnika. Odrediti ukupni magnetski fluks kroz ovu sferu.

Teorija 6. Objasniti ukratko šta predstavlja "Lencovo pravilo".

Teorija 7. Objasniti ukratko kako se određuje sopstvena induktivnost usamljene konture. Da li je sve jedno da li će se ona određivati u vazduhu ili u magnetski linearnej sredini, čija je $\mu_r = 3$? Obrazložiti odgovor.

Teorija 8. Objasniti ukratko kako se određuje magnetska energija usamljene provodne konture, u kojoj postoji struja jačine I_0 .

PRAVILA POLAGANJA

Za pozitivnu ocenu neophodno je sakupiti više od 50% poena i na zadacima i na teorijskim pitanjima. Na svakom zadatku se mora osvojiti najmanje 11 poena (od max 22), a na teoriji najmanje 28 poena (max 56).

Osnovi elektrotehnike 2

(II kolokvijum)

K2

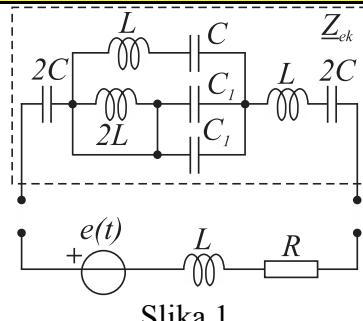
08.07.2016.

ZADACI

Zadatak 1. Impedansa potrošača Z_{ek} , sa slike 1, je sastavljena od reaktivnih elemenata. Odrediti:

- sve rezonantne i antirezonantne učestanosti impedanse Z_{ek} ,
- reaktivnu snagu naponskog generatora $e(t)$, na koji je priključen potrošač, a koji radi na manjoj rezonantnoj učestanosti kola.

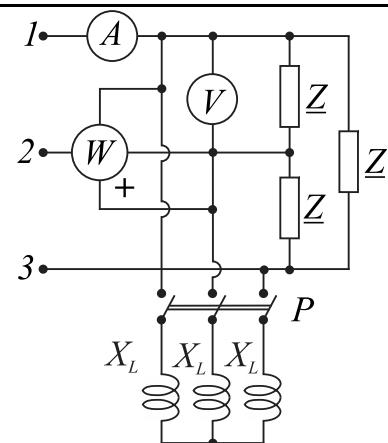
Brojni podaci su: $L = 20 \text{ mH}$, $C = 5 \text{ nF}$, $C_1 = 2,5 \text{ nF}$, $R = 4 \text{ k}\Omega$,
 $e(t) = 10\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \pi/6) \text{ V}$.



Slika 1.

Zadatak 2. U simetričnom trofaznom sistemu, prikazanom na slici 2, faktor snage trofaznog, pretežno kapacitivnog prijemnika je 0,707, a moduo njegove impedanse iznosi $Z = 23 \Omega$. Prijemnik je priključen na mrežu faznog napona $U_1 = 230 \text{ V}$.

- Izračunati reaktanse kalemova X_L kojima se faktor snage grupe povećava na jedinicu.
- Odrediti pokazivanja idealnih instrumenata pre i posle priključenja kalemova.
- Skicirati fazorski dijagram faznih napona mreže i svih fazora veličina od kojih zavisi pokazivanje instrumenata.



Slika 2.

TEORIJSKA PITANJA

Teorija 1. Objasniti ukratko kakva je razlika između pojmove "početna faza" i "fazna razlika".

Teorija 2. Kada se kaže da je faktor snage potrošača jednak 0,83, objasniti ukratko sa koliko aktivne snage radi ovaj potrošač, u odnosu na maksimalno moguću. Koliko iznose ove dve snage?

Teorija 3. Objasniti ukratko kako se određuje električna struja $i_1(t)$, u usamljenoj konturi sa generatorm elektromotorne sile $e_1(t)$ i otpornikom R_1 .

Teorija 4. U situaciji kada u paralelnoj vezi kalema i kondenzatora nastupi antirezonancija, odrediti u opštim brojevima koliko iznosi jačina struje kroz kalem?

Teorija 5. Objasniti ukratko zašto se trofazni simetrični generator najčešće realizuje tako da se njegove elektromotorne sile vezuju u zvezdište?

Teorija 6. Objasniti ukratko kako se vrši popravka faktora snage trofaznog simetričnog potrošača?

Teorija 6. U simetričnom trofaznom sistemu, potrošač je vezan u trougao. Objasniti ukratko da li će se izmeriti ista struja, ako se ampermetar postavi u fazu i u granu trougla potrošača?

Teorija 8. U simetričnom trofaznom sistemu, kod kog se potrošač sastoji od otpornika, vatmetara koji se nalazi u prvoj fazi pokazuje vrednost nula, iako je prisutno napajanje. Između kojih faza su vezani naponski priključci ovog vatmetra?

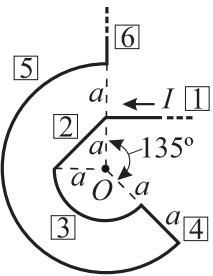
PRAVILA POLAGANJA

Za pozitivnu ocenu neophodno je sakupiti više od 50% poena i na zadacima i na teorijskim pitanjima. Na svakom zadatku se mora osvojiti najmanje 11 poena (od max 22), a na teoriji najmanje 28 poena (max 56).

K1

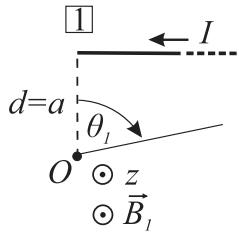
Z1

a)



$$\vec{B}_4 = \vec{B}_6 = 0$$

$$(I d\vec{l} \times \vec{r}_0 = 0)$$



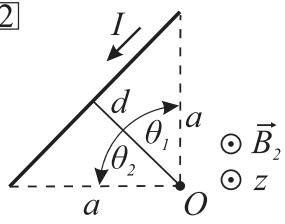
$$\theta_1 \rightarrow -\frac{\pi}{2}, \quad \theta_2 = 0, \quad d = a$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\sin 0 - \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right) = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (0 - (-1))$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$

$$\vec{B}_1 = B_1 \cdot \vec{i}_z$$

2

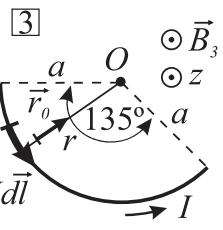


$$\theta_1 = -\frac{\pi}{4}, \quad \theta_2 = \frac{\pi}{4}, \quad d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{a\sqrt{2}}{2}} \left(\sin \frac{\pi}{4} - \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right)$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

$$\vec{B}_2 = B_2 \cdot \vec{i}_z$$



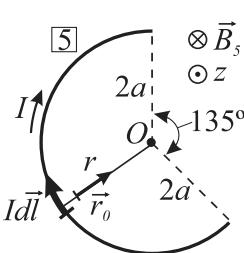
$$d\vec{B}_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

$$dB_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{a^2} \sin \alpha(\vec{dl}, \vec{r}_0) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{a^2} \quad \alpha(\vec{dl}, \vec{r}_0) = \frac{\pi}{2}$$

$$B_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a^2} \int_0^{\frac{3}{8}2a\pi} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a^2} \frac{3}{4} a\pi$$

$$B_3 = \frac{3\mu_0 I}{16a}$$

$$\vec{B}_3 = B_3 \cdot \vec{i}_z$$



$$d\vec{B}_5 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

$$dB_5 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{(2a)^2} \sin \alpha(\vec{dl}, \vec{r}_0) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{4a^2} \quad \alpha(\vec{dl}, \vec{r}_0) = \frac{\pi}{2}$$

$$B_5 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{4a^2} \int_0^{\frac{5}{8}2a\pi} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{4a^2} \frac{5}{2} a\pi$$

$$B_5 = \frac{5\mu_0 I}{32a}$$

$$\vec{B}_5 = B_5 \cdot (-\vec{i}_z)$$

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 + \vec{B}_5 + \vec{B}_6 = (B_1 + B_2 + B_3 - B_5) \cdot \vec{i}_z = \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi a} + \frac{\mu_0 I}{2\pi a} + \frac{3\mu_0 I}{16a} - \frac{5\mu_0 I}{32a} \right) \cdot \vec{i}_z$$

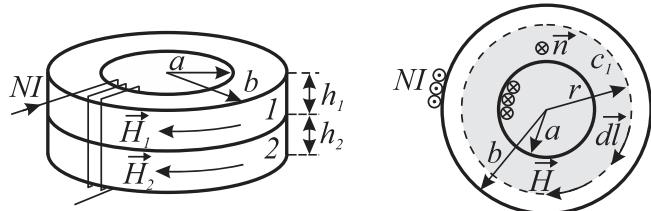
b)

$$\vec{B}_0 = \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi a} + \frac{\mu_0 I}{2\pi a} + \frac{3\mu_0 I}{16a} - \frac{5\mu_0 I}{32a} \right) \cdot \vec{i}_z = \frac{\mu_0 I}{2a} \left(\frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} + \frac{3}{8} - \frac{5}{16} \right) \cdot \vec{i}_z$$

$$\vec{B}_0 = 6,79 \mu T \cdot \vec{i}_z$$

K1

Z2



Granični uslov: $H_{1t} = H_{2t} = H$

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

$$H \cdot 2\pi r = NI$$

$$H = \frac{NI}{2\pi r} \quad a \leq r \leq b$$

a)

$$r_z = a + \frac{3}{4}(b - a) = 4,5 \text{ cm}$$

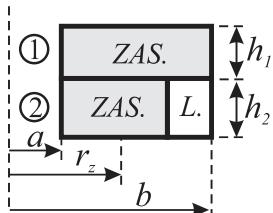
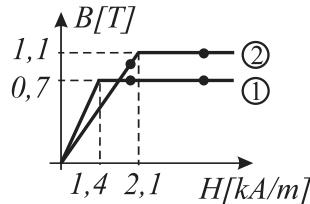
$$\frac{NI}{2\pi r_z} = H_{c2} = 2100 \text{ A/m} \quad \rightarrow \quad I = \frac{H_{c2} \cdot 2\pi r_z}{N} = \frac{2100 \cdot 2\pi \cdot 0,045}{170} \quad \boxed{I = 3,49 \text{ A}}$$

b)

$$H_{1\max}(r=a) = \frac{NI}{2\pi a} = 3150 \text{ A/m}$$

$$H_{1\min}(r=b) = \frac{NI}{2\pi b} = 1890 \text{ A/m}$$

Sledi da je materijal 1 u potpunom zasićenju.



$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$$

$$\Phi_1 = B_{c1} (b - a) h_1 = 0,7 \cdot (0,05 - 0,03) \cdot 0,01$$

$$\boxed{\Phi_1 = 140 \mu\text{Wb}}$$

$$\Phi_2 = B_{c2} (r_z - a) h_2 + \int_{r_z}^b \mu_2 \frac{NI}{2\pi r} dr \cdot h_2 = B_{c2} (r_z - a) h_2 + \frac{1,1}{2100} \frac{NI}{2\pi} h_2 \ln \frac{b}{r_z}$$

$$\Phi_2 = 1,1 \cdot (0,045 - 0,03) \cdot 0,01 + \frac{1,1}{2100} \frac{170 \cdot 3,49}{2\pi} \cdot 0,01 \cdot \ln \frac{0,05}{0,045}$$

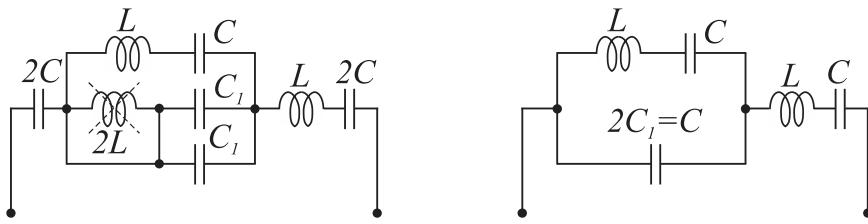
$$\Phi_2 = 165 \mu\text{Wb} + 52,14 \mu\text{Wb}$$

$$\boxed{\Phi_2 = 217,14 \mu\text{Wb}}$$

$$\boxed{\Phi = 357,14 \mu\text{Wb}}$$

K2

Z1



a)

$$\underline{Z}_1 = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 - \omega^2 LC}{j\omega C}$$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_1 \parallel \frac{1}{j\omega C} = \frac{\frac{1 - \omega^2 LC}{j\omega C}}{\frac{1 - \omega^2 LC}{j\omega C} + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{1 - \omega^2 LC}{j\omega C}}{\frac{2 - \omega^2 LC}{j\omega C}} = \frac{1 - \omega^2 LC}{j\omega C(2 - \omega^2 LC)}$$

$$\underline{Z}_{ek} = \underline{Z}_2 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 - \omega^2 LC}{j\omega C(2 - \omega^2 LC)} + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 - \omega^2 LC}{j\omega C(2 - \omega^2 LC)} + \frac{1 - \omega^2 LC}{j\omega C}$$

$$\underline{Z}_{ek} = \frac{(1 - \omega^2 LC) + (1 - \omega^2 LC)(2 - \omega^2 LC)}{j\omega C(2 - \omega^2 LC)} = \frac{(1 - \omega^2 LC)(3 - \omega^2 LC)}{j\omega C(2 - \omega^2 LC)}$$

$$\boxed{\underline{Z}_{ek} = -j \frac{(1 - \omega^2 LC)(3 - \omega^2 LC)}{\omega C(2 - \omega^2 LC)}}$$

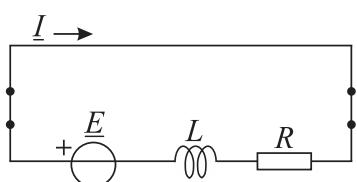
$$\text{Im}\{\underline{Z}_{ek}\} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega_{r1} = \sqrt{\frac{1}{LC}}}$$

$$\boxed{\omega_{r2} = \sqrt{\frac{3}{LC}}}$$

$$\text{Im}\{\underline{Y}_{ek}\} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega_{ar1} = 0}$$

$$\boxed{\omega_{ar2} = \sqrt{\frac{2}{LC}}} \quad \boxed{\omega_{ar3} \rightarrow \infty}$$

b)



$$\underline{E} = 10e^{j30^\circ} V = 10 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) V = (5\sqrt{3} + j5) V$$

$$\omega = \omega_{r1} = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{20 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-9}}} = 10^5 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow \quad \underline{Z}_{ek} = 0$$

$$\underline{Z}_L = j\omega L = j10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = j2000 \Omega$$

$$I = \frac{\underline{E}}{R + \underline{Z}_L} = \frac{10e^{j30^\circ}}{4000 + j2000} = \frac{10e^{j30^\circ}}{4472,14e^{j26,57^\circ}} = 2,24e^{j3,43^\circ} \text{ mA}$$

$$\underline{S}_E = \underline{E} \underline{I}^* = 10e^{j30^\circ} V \cdot 2,24e^{-j3,43^\circ} \text{ mA} = 22,4e^{j26,57^\circ} \text{ mVA}$$

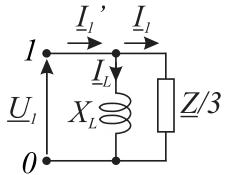
$$\underline{S}_E = (20,03 + j10,02) \text{ mVA}$$

$$\boxed{Q_E = 10,02 \text{ mVar}}$$

K2

Z2

a)



$$\varphi = \arccos 0,707 = 45^\circ \quad \varphi < 0$$

$$\underline{Z} = Z e^{-j\varphi} = 23 e^{-j45^\circ} \Omega$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}} = \frac{U_1 e^{j0^\circ}}{\frac{1}{3} Z e^{-j45^\circ}} = \frac{230}{\frac{1}{3} 23 e^{-j45^\circ}} = 30 e^{j45^\circ} A$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_L} = \frac{U_1 e^{j0^\circ}}{jX_L} = \frac{U_1 e^{j0^\circ}}{X_L e^{j\frac{\pi}{2}}} = \frac{U_1}{X_L} e^{-j\frac{\pi}{2}} A$$

$$I \text{ KZ: } \underline{I}_1' = \underline{I}_L + \underline{I}_1$$

$$I_L = I_1 \sin \varphi$$

$$\frac{U_1}{X_L} = \frac{U_1}{Z/3} \sin \varphi \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{X_L} = \frac{3 \sin \varphi}{Z} \quad \Rightarrow \quad X_L = \frac{Z}{3 \sin \varphi} = \frac{23}{3 \cdot 0,707}$$

$$X_L = 10,84 \Omega$$

$$I_1' = I_1 \cos \varphi = 30 \cdot 0,707 = 21,21 A$$

$$\underline{I}_1' = 21,21 e^{j0^\circ} A$$

b)

$$I_A^{pre} = |\underline{I}_1| = 30 A$$

$$I_A^{posle} = |I_1'| = 21,21 A$$

$$U_V^{pre} = U_V^{posle} = |U_{12}| = \sqrt{3} |\underline{U}_1| = \sqrt{3} \cdot 230 = 398,4 V$$

$$P_W^{pre} = \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{21} \underline{I}_2^* \} = U_{21} I_2 \cos \alpha(\underline{U}_{21}, \underline{I}_2) = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos(30^\circ + 45^\circ) = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 30 \cdot \cos 75^\circ$$

$$P_W^{pre} = 3093,19 W$$

$$P_W^{posle} = \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{21} \underline{I}_2^{*'} \} = U_{21} I_2' \cos \alpha(\underline{U}_{21}, \underline{I}_2') = \sqrt{3} U_1 I_1' \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 21,21 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$P_W^{posle} = 7317,45 W$$

c)

