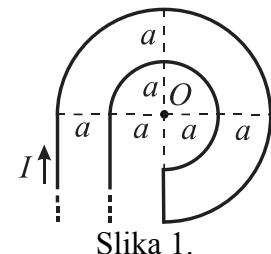


## ZADACI

**Zadatak 1.** Na slici 1 je prikazana beskonačno dugačka tanka žičana kontura sa strujom jačine  $I = 2 \text{ A}$ , postavljeni u  $x$ - $y$  ravni. Kontura je savijena tako da se sastoji od dva lučna dela u obliku tri četvrtine kruga i tri pravolinijska segmenta.

- Odrediti u opštim brojevima izraz za vektor magnetske indukcije u tački  $O$ , koji potiče od savijene konture,
- Izračunati intenzitet ovog vektora. Sredina je vazduh.

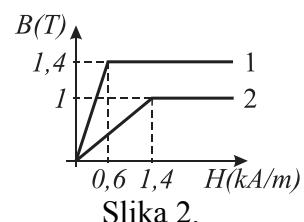
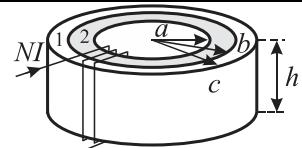
Ostali podaci su:  $a = 4 \text{ cm}$  i  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ .



Slika 1.

**Zadatak 2.** Na slici 2 je prikazano složeno torusno jezgro, načinjeno od različitih materijala, čije su krive prvobitnog magnetisanja date na slici 2. Na jezgro je ravnomerno i gusto namotano  $N$  zavojaka, u kojima je uspostavljena struja intenziteta  $I = 6,28 \text{ A}$ . Dimenzije jezgra su:  $a = 1,5 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $c = 4 \text{ cm}$  i visina  $h = 3 \text{ cm}$ . Odrediti:

- broj zavojaka  $N$ , tako da materijal 2 bude ceo u linearnom rezimu rada,
- režim rada spoljašnjeg sloja pri uslovu ispunjenom pod a) i
- magnetski fluks kroz poprečni presek jezgra.



Slika 2.

## TEORIJSKA PITANJA

**Teorija 1.** Objasniti ukratko šta je neophodno da se ostvari da bi između dva pravolinijska provodnika delovala magnetska sila.

**Teorija 2.** Kakva je razlika između linija sila i linija polja u slučaju magnetskog polja? Obrazložiti odgovor.

**Teorija 3.** Kako se menja intenzitet vektora magnetske indukcije unutar, a kako van pravolinijskog provodnika, kroz koji protiče električna struja intenziteta  $I$ ? Obrazložiti odgovor.

**Teorija 4.** Šta je remanentna indukcija, a šta koercitivno polje? Koja od ove dve veličine definiše da li se radi o magnetski tvrdim ili magnetski mekim materijalima?

**Teorija 5.** Objasnite ukratko kakva je razlika između indukovanih električnih polja i indukovane elektromotorne sile? Koja se jedinica koristi za jednu, odnosno za drugu veličinu?

**Teorija 6.** Opisati, ukratko, princip određivanja međusobne induktivnosti dve konstrukcije, koje se nalaze u magnetski linearnej sredini.

**Teorija 7.** Objasnite ukratko kako se određuje električna struja  $i(t)$ , u usamljenoj konturi sa generatorom vremenski promenljive elektromotorne sile  $e(t)$  i otpornikom otpornosti  $R$ .

**Teorija 8.** Objasnite ukratko kako se računa energija utrošena na uspostavljanje magnetskog polja, kod feromagnetskih materijala, koji su u režimu zasićenja?

## PRAVILA POLAGANJA

Za pozitivnu ocenu neophodno je sakupiti više od 50% poena i na zadacima i na teorijskim pitanjima. Na svakom zadatku se mora osvojiti najmanje 11 poena (od max 22), a na teoriji najmanje 28 poena (max 56).

# Osnovi elektrotehnike 2

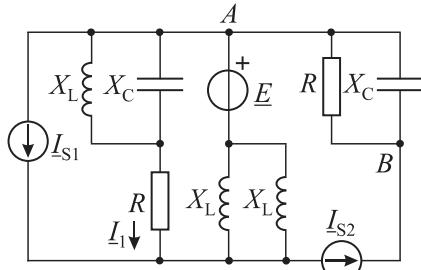
## (II kolokvijum)

## ZADACI

**Zadatak 1.** U električnom kolu, prikazanom na slici 1, primenom metode konturnih struja odrediti:

- vremenski oblik struje  $i_1(t)$ ,
- kompleksni napon između tačaka A i B,  $\underline{U}_{AB}$ ,
- aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu naponskog generatora.

Poznato je:  $X_L = 20 \Omega$ ,  $X_C = 30 \Omega$ ,  $R = 60 \Omega$ ,  $\underline{I}_{S1} = j1 A$ ,  $\underline{I}_{S2} = -j14 A$ ,  $\underline{E} = (40+j80) V$ ,  $f = 50 Hz$ .

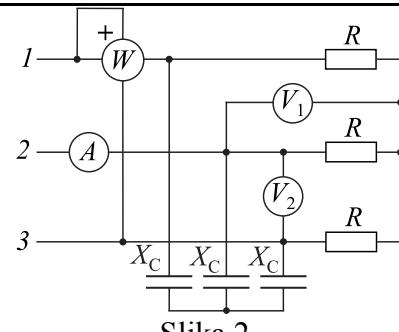


Slika 1.

**Zadatak 2.** Trofazni prijemnik sa slike 2, sastavljen od otpornika i kalemova vezanih kao na slici, priključen je na mrežu faznog napona prve faze  $\underline{U}_1 = 230 V$ .

- Izračunati linijske struje  $I_1$ ,  $I_2$  i  $I_3$ .
- Odrediti pokazivanje idealnih mernih instrumenata.
- Na istom fazorskem dijagramu predstaviti fazore faznih napona mreže i fazore veličina od kojih zavise pokazivanja instrumenata,

Poznato je:  $R = 10 \Omega$ ,  $X_C = 10 \Omega$



Slika 2.

## TEORIJSKA PITANJA

**Teorija 1.** Objasnite ukratko šta predstavlja pojam "fazora prostoperiodičnog signala"?

**Teorija 2.** Skicirajte fazorski dijagram napona i električne struje na impedansi  $\underline{Z} = (3 + j2) \Omega$ . Koliko iznosi fazna razlika napona i struje?

**Teorija 3.** Elektromotor impedanse  $\underline{Z}_m = (10 + j20) \Omega$ , spojen je na mrežu napona  $U_{ef} = 220 V$ , učestanosti  $f = 50 Hz$ . Odrediti sve snage koje dati motor vuče iz mreže.

**Teorija 4.** U situaciji kada su dva kalema vezana redno, da li magnetska sprega utiče na njihovu ekvivalentnu impedansu? Objasniti ukratko odgovor.

**Teorija 5.** Objasnite ukratko kako se generiše prostoperiodični signal, pomoću kvadratnog zavojka. Skicirati neophodne elemente.

**Teorija 6.** Koliko iznosi kompleksni zbir međufaznih napona u simetričnom trofaznom sistemu, u situaciji kada je potrošač pretežno induktivan, odnosno pretežno kapacitivan? Obrazložite odgovor.

**Teorija 7.** Objasnite ukratko kako se određuje ukupna snaga potrošača u simetričnom trofaznom sistemu.

**Teorija 8.** Objasniti ukratko kako se vrši popravak faktora snage u simetričnom trofaznom sistemu.

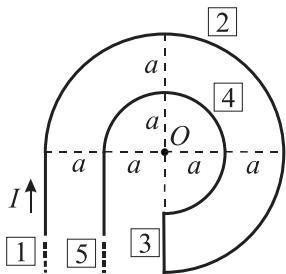
## PRAVILA POLAGANJA

Za pozitivnu ocenu neophodno je sakupiti više od 50% poena i na zadacima i na teorijskim pitanjima. Na svakom zadatku se mora osvojiti najmanje 11 poena (od max 22), a na teoriji najmanje 28 poena (max 56).

K1

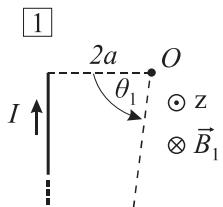
Z1

a)



$$\boxed{\vec{B}_3 = 0}$$

$$\left( I \vec{dl} \times \vec{r}_0 = 0 \right)$$

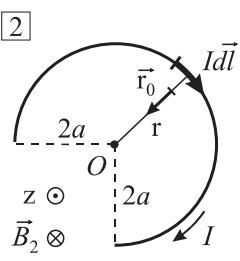


$$\begin{aligned}\theta_1 &= -\frac{\pi}{2} \\ \theta_2 &= 0 \\ d &= 2a\end{aligned}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) = \frac{\mu_0 I}{4\pi 2a} (0 - (-1))$$

$$\boxed{B_1 = \frac{\mu_0 I}{8\pi a}}$$

$$\boxed{\vec{B}_1 = B_1 \cdot (-\vec{i}_z)}$$



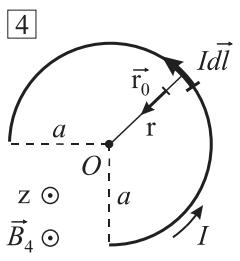
$$d\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \vec{dl} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

$$dB_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{(2a)^2} \sin \alpha(\vec{dl}, \vec{r}_0) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{4a^2} \quad \alpha(\vec{dl}, \vec{r}_0) = \frac{\pi}{2}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{16\pi a^2} \int_0^{\frac{3}{4}2a\pi} dl = \frac{\mu_0 I}{16\pi a^2} 3a\pi$$

$$\boxed{B_2 = \frac{3\mu_0 I}{16a}}$$

$$\boxed{\vec{B}_2 = B_2 \cdot (-\vec{i}_z)}$$



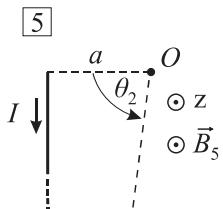
$$d\vec{B}_4 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \vec{dl} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

$$dB_4 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{a^2} \sin \alpha(\vec{dl}, \vec{r}_0) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{a^2} \quad \alpha(\vec{dl}, \vec{r}_0) = \frac{\pi}{2}$$

$$B_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} \int_0^{\frac{3}{4}2a\pi} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} \frac{3}{2} a\pi$$

$$\boxed{B_4 = \frac{3\mu_0 I}{8a}}$$

$$\boxed{\vec{B}_4 = B_4 \cdot \vec{i}_z}$$



$$\theta_1 = 0$$

$$B_5 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (1 - 0)$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{B_5 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}}$$

$$\boxed{\vec{B}_5 = B_5 \cdot \vec{i}_z}$$

$$\boxed{\vec{B}_0 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 + \vec{B}_5 = (-B_1 - B_2 + B_4 + B_5) \cdot \vec{i}_z = \left( -\frac{\mu_0 I}{8\pi a} - \frac{3\mu_0 I}{16a} + \frac{3\mu_0 I}{8a} + \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \right) \cdot \vec{i}_z}$$

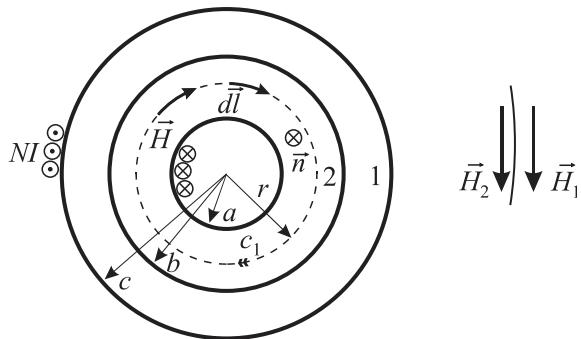
b)

$$|\vec{B}_0| = \left| -\frac{\mu_0 I}{8\pi a} - \frac{3\mu_0 I}{16a} + \frac{3\mu_0 I}{8a} + \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \right| = \left| \frac{\mu_0 I}{4a} \left( -\frac{1}{2\pi} - \frac{3}{4} + \frac{3}{2} + \frac{1}{\pi} \right) \right|$$

$$\boxed{|\vec{B}_0| = 14,28 \mu T}$$

K1

Z2



Granični uslov:  $H_{1t} = H_{2t} = H$

$$\oint_{c1} \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

$$H \cdot 2r\pi = NI$$

$$H = \frac{NI}{2r\pi}$$

a)

$$H_{2\max}(r=a) = \frac{NI}{2\pi a} \leq H_{c2} = 1400 \text{ A/m}$$

$$N = \frac{H_{c2} \cdot 2\pi a}{I} = \frac{1400 \cdot 2\pi \cdot 0,015}{6,28} \quad \boxed{N = 21 \text{ zav}}$$

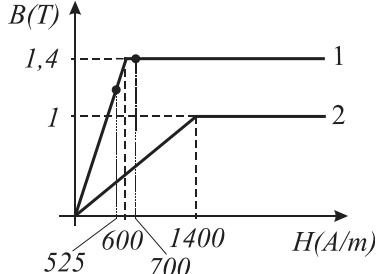
b)

$$H_{1\max}(r=b) = \frac{NI}{2\pi b} = 700 \text{ A/m}$$

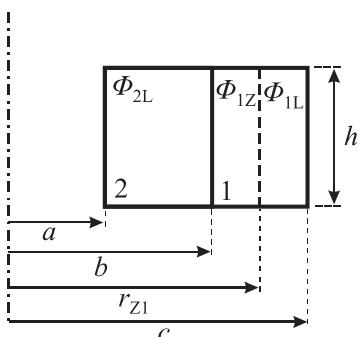
$$H_{1\min}(r=c) = \frac{NI}{2\pi c} = 525 \text{ A/m}$$

Sledi da je materijal 1 u delimičnom zasićenju.

$$r_{z1} = \frac{NI}{H_{c1}} \cdot \frac{2\pi}{2\pi} = \frac{21 \cdot 6,28}{600 \cdot 2\pi} = 0,035 \text{ m} = 3,5 \text{ cm}$$



c)



$$\Phi = \Phi_2 + \Phi_1$$

$$\Phi_2 = \int_a^b \mu_2 \frac{NI}{2\pi r} dr h = \frac{1}{1400} \frac{NI}{2\pi} h \ln \frac{b}{a}$$

$$\boxed{\Phi_2 = 311,92 \mu Wb}$$

$$\Phi_1 = \Phi_{1Z} + \Phi_{1L} = B_{c1} (r_{z1} - b) h + \int_{r_{z1}}^c \mu_1 \frac{NI}{2\pi r} dr h$$

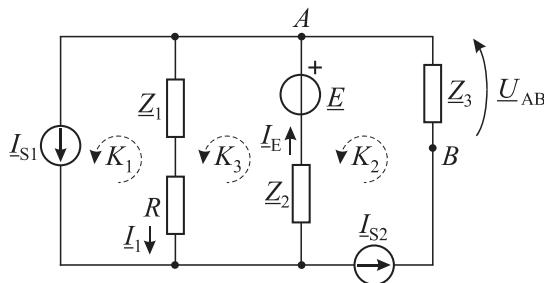
$$\Phi_1 = B_{c1} (r_{z1} - b) h + \frac{1,4}{600} \frac{NI}{2\pi} h \ln \frac{c}{r_{z1}} = 210 \mu Wb + 238,9 \mu Wb$$

$$\boxed{\Phi_1 = 448,9 \mu Wb}$$

$$\boxed{\Phi = 760,82 \mu Wb}$$

K2

Z1



$$\begin{aligned}\underline{Z}_1 &= jX_L \parallel (-jX_C) = j20 \parallel (-j30) = j60 \Omega \\ \underline{Z}_2 &= jX_L \parallel jX_L = j20 \parallel j20 = j10 \Omega \\ \underline{Z}_3 &= R \parallel (-jX_C) = 60 \parallel (-j30) = (12 - j24) \Omega\end{aligned}$$

$$\underline{I}_{K1} = \underline{I}_{S1} = j1 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{K2} = \underline{I}_{S2} = -j14 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{K3} (\underline{Z}_1 + R + \underline{Z}_2) - \underline{I}_{K1} (\underline{Z}_1 + R) - \underline{I}_{K2} \underline{Z}_2 = \underline{E}$$

$$\underline{I}_{K3} (j60 + 60 + j10) - j1(j60 + 60) - (-j14) j10 = 40 + j80$$

$$\underline{I}_{K3} = \frac{40 + j80 + j1(j60 + 60) + (-j14) j10}{j60 + 60 + j10} = \frac{40 + j80 - 60 + j60 + 140}{j60 + 60 + j10} = \frac{120 + j140}{60 + j70} = \frac{2(60 + j70)}{60 + j70}$$

$$\underline{I}_{K3} = 2 \text{ A}$$

a)

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{K3} - \underline{I}_{K1} = (2 - j1) \text{ A} = 2,24 e^{-j26,57^\circ} \text{ A}$$

$$i_1(t) = 2,24 \sqrt{2} \cos(314t - 26,57^\circ) \text{ A}$$

b)

$$\underline{U}_{AB} = -\underline{I}_{S2} \underline{Z}_3 = -(-j14)(12 - j24) = j14(12 - j24)$$

$$\underline{U}_{AB} = (336 + j168) \text{ V}$$

c)

$$\underline{S}_E = \underline{E} \underline{I}_E^*$$

$$\underline{I}_E = \underline{I}_{K3} - \underline{I}_{K2} = (2 + j14) \text{ A}$$

$$\underline{S}_E = (40 + j80)(2 - j14) = 80 + 1120 + j160 - j560 = (1200 - j400) \text{ VA}$$

$$P_E = \text{Re}\{\underline{S}_E\} = 1200 \text{ W}$$

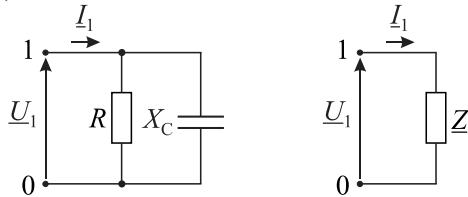
$$Q_E = \text{Im}\{\underline{S}_E\} = -j400 \text{ Var}$$

$$|S_E| = |\underline{S}_E| = 1264,9 \text{ VA}$$

K2

Z2

a)



$$\underline{Z} = R \parallel (-jX_C) = \frac{R(-jX_C)}{R + (-jX_C)} = \frac{10(-j10)}{10 - j10}$$

$$\underline{Z} = (5 - j5) \Omega = 5\sqrt{2} e^{-j45^\circ} \Omega$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}} = \frac{230 e^{j0^\circ}}{5\sqrt{2} e^{-j45^\circ}} = 32,53 e^{j45^\circ} A$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= 32,53 e^{j45^\circ} A \\ \underline{I}_2 &= \underline{I}_1 e^{-j120^\circ} = 32,53 e^{-j75^\circ} A \\ \underline{I}_3 &= \underline{I}_1 e^{-j240^\circ} = 32,53 e^{-j195^\circ} A\end{aligned}$$

b)

$$I_A = |\underline{I}_2| = 32,53 A$$

$$U_{V1} = |\underline{U}_2| = 230 V$$

$$U_{V2} = |\underline{U}_{23}| = \sqrt{3} |\underline{U}_1| = \sqrt{3} \cdot 230 = 398,37 V$$

$$\begin{aligned}P_w &= \operatorname{Re} \left\{ \underline{U}_{13} \underline{I}_1^* \right\} = U_{13} I_1 \cos \varphi(\underline{U}_{13}, \underline{I}_1) \\ P_w &= \sqrt{3} U_1 I_1 \cos(30^\circ + 45^\circ) = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 32,53 \cdot 0,259\end{aligned}$$

$$P_w = 3354,04 W$$

c)

