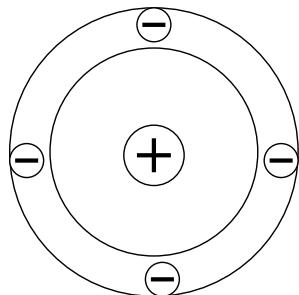


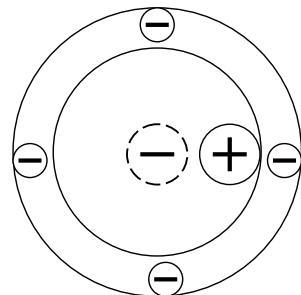
DIELEKTRICI U ELEKTROSTATIČKOM POLJU

POLARIZACIJA DIELEKTRIKA

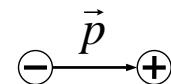
- Podela na:
 - dielektričke sa NEPOLARNIM molekulima i
 - dielektričke sa POLARNIM molekulima.
- Model nepolarnog molekula. **ELEKTRONSKA POLARIZACIJA.**



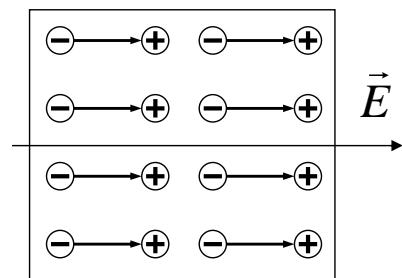
$$\vec{E} = 0$$



$$\vec{E}$$

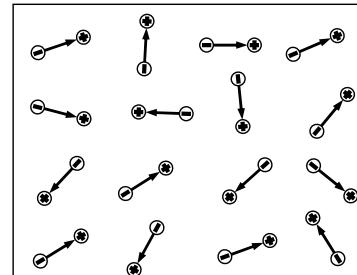


Mala zapreminica polarizovanog nepolarnog dielektrika, dv.

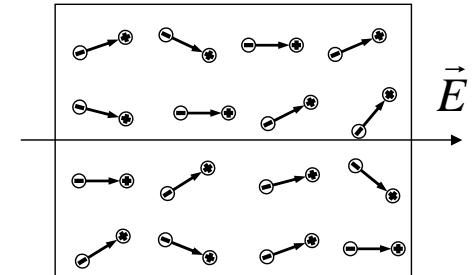


POLARIZACIJA DIELEKTRIKA (NASTAVAK)

- Model polarizacije dielektrika sa polarnim molekulom. **DIPOLNA POLARIZACIJA.**



$$\vec{E} = 0$$

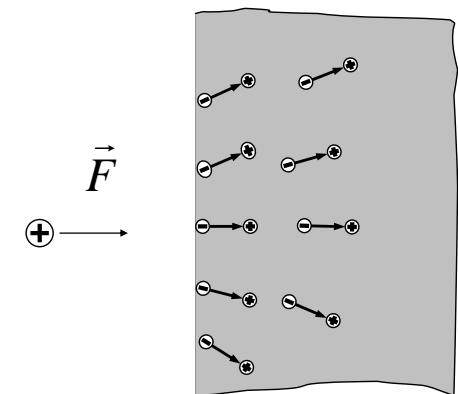


$$\vec{E} \neq 0$$

Mala zapreminica dielektrika sa polarnim molekulima: pre unošenja u električno polje (levo) i posle unošenja u polje (desno).

- **JONSKA POLARIZACIJA.**

Između nalektrisanog tela i dielektrika uvek deluje privlačna sila.



- Princip rada elektrostatičkog prečistača vazduha.

VEKTOR ELEKTRIČNE POLARIZACIJE

- Definicija vektora električne polarizacije:

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}}{dv},$$

gde je dv fizički mala zapremina. \vec{p} je momenat dipola jednog molekula u toj zapremini.

- Kod homogeno polarizovanog dielektrika sa nepolarnim molekulima vektor polarizacije se može izraziti preko koncentracije dipola N' ,

$$\vec{P} = N' \cdot \vec{p}.$$

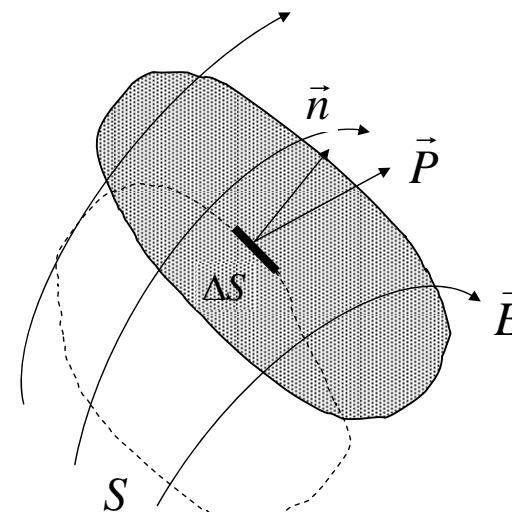
- Merenja pokazuju da je za većinu dielektrika \vec{P} srazmerno sa \vec{E} , što se iskazuje ovako:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \cdot \chi_e \cdot \vec{E}.$$

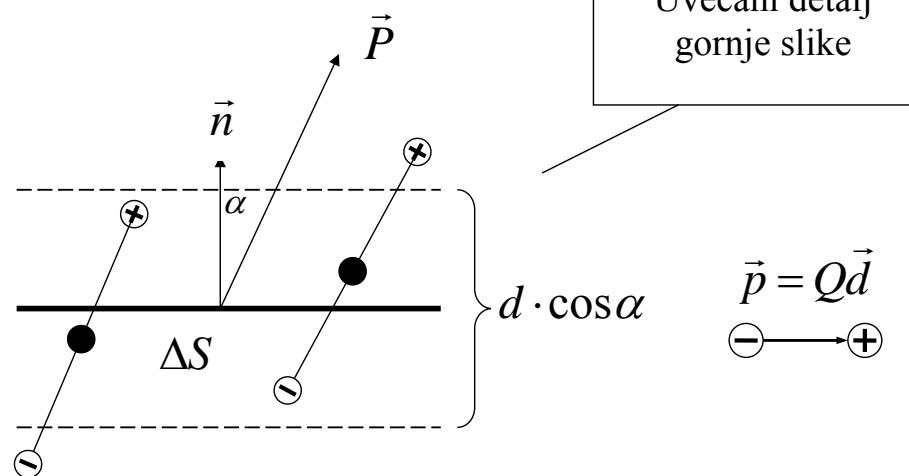
$\chi_e \rightarrow$ ELEKTRIČNA SUSCEPTIBILNOST (neimenovani broj, uvek veći od nule).

- Podela dielektrika na: homogene i nehomogene, linearne i nelinearne, izotropne i anizotropne.

DRUGO TUMAČENJE VEKTORA POLARIZACIJE



Telo od dielektrika u električnom polju i zamišljena zatvorena površ S.



Uvećani detalj gornje slike

$$\vec{p} = Qd$$

(+) → (-)

- Kroz površinicu ΔS , u procesu polarizacije, iz površi S izđe nanelektrisanje:

$$\Delta Q = Q \cdot N' \cdot \Delta S \cdot d \cos \alpha = P \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha = \vec{P} \cdot \vec{\Delta S}$$

VEZANA NAELEKTRISANJA I NJIHOVA GUSTINA

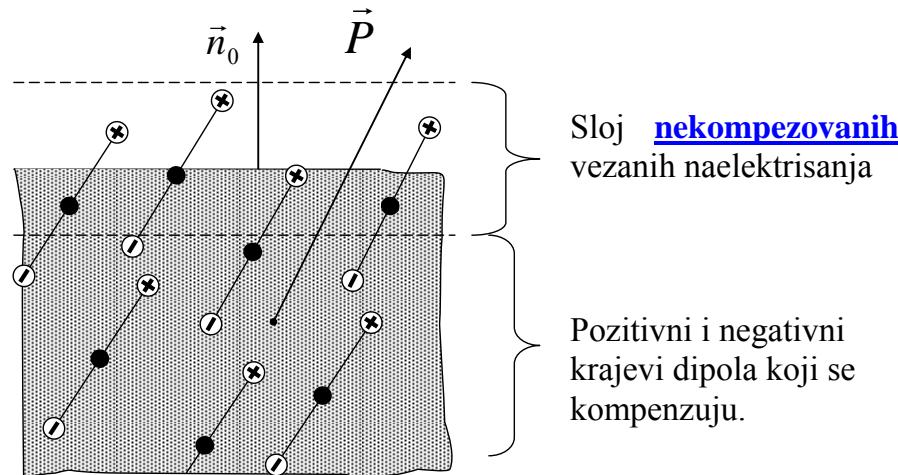
- Ukupno naelektrisanje koje u procesu polarizacije izade iz zatvorene povrsi S je:

$$Q_{izS} = \sum_S \vec{P} \cdot \Delta \vec{S} \quad \text{ako } \Delta S \rightarrow dS \quad Q_{izS} = \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

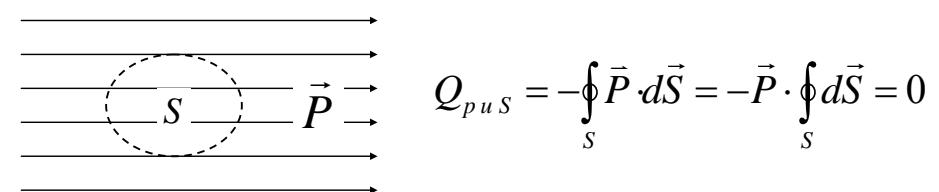
- Višak naelektrisanja, koji se u procesu polarizacije javi u povrsi S, jednak je $-Q_{izS}$. To naelektrisanje se ne može na jednostavan način ukloniti iz povrsi i zove se vezano naelektrisanje.

$$Q_v = Q_p = - \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

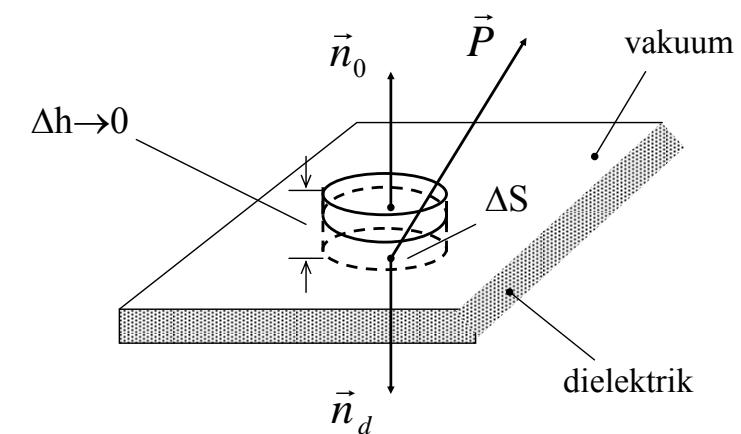
- U polarizovanom HOMOGENOM dielektriku nema nekompenzovanog vezanog naelektrisanja ($\rho_v=0$).
- Vezano naelektrisanje polarizovanog homogenog dielektrika raspodeljeno je po njegovoj povrsi.



GUSTINA VEZANIH NAELEKTRISANJA



Matematički dokaz da je, u homogenom dielektriku koji je polarizovan, $\rho_p=0$.



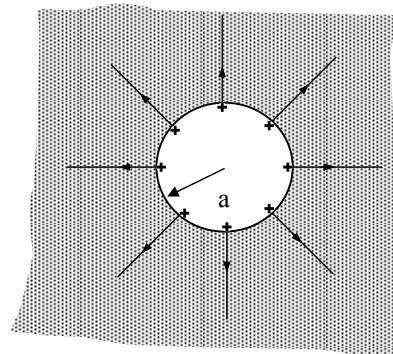
$$\Delta Q_p = - \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\vec{P} \cdot \vec{n}_d \cdot \Delta S = +\vec{P} \cdot \vec{n}_0 \cdot \Delta S$$

$$\sigma_p = \frac{\Delta Q_p}{\Delta S} = \vec{P} \cdot \vec{n}_0$$

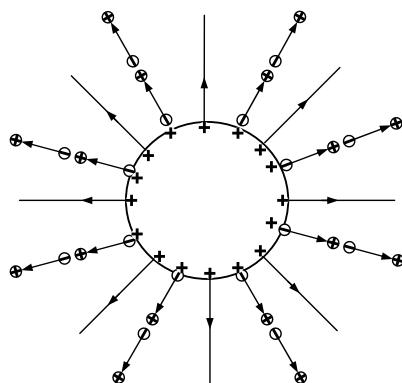
Određivanje površinske gustine vezanih naelektrisanja.

ELEKTRIČNO POLJE U HOMOGENOM DIELEKTRIKU

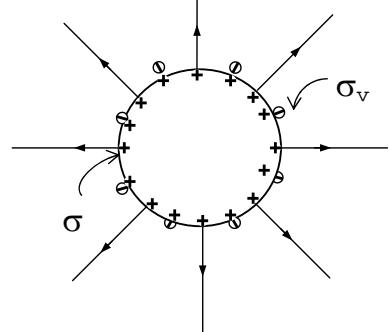
RELATIVNA I APSOLUTNA PERMITIVNOST



Provodna sfera, poluprečnika
a, nanelektrisana
nanelektrisanjem Q, u
homogenom dielektriku.



Uticaj dielektrika na polje,
može se zameniti slojem
nekompromisovanih vezanih
nanelektrisanja u vakuumu
(slika dole).



$$E(a) = \frac{Q + Q_v}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{\sigma + \sigma_v}{\epsilon_0}$$

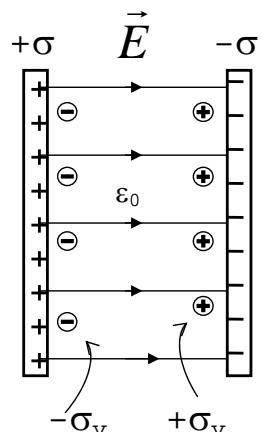
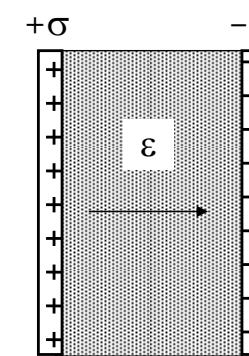
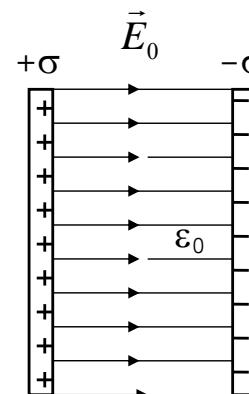
$$\sigma_v = -P(a) = -\epsilon_0 \chi_e E(a)$$

$$E(a) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(1 + \chi_e)a^2}$$

$$\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi_e) \rightarrow \text{apsolutna permitivnost}$$

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = (1 + \chi_e) \rightarrow \text{relativna permitivnost}$$

- Kapacitivnost vazdušnog kondenzatora poraste ϵ_r puta ako se ispunji dielektrikom.

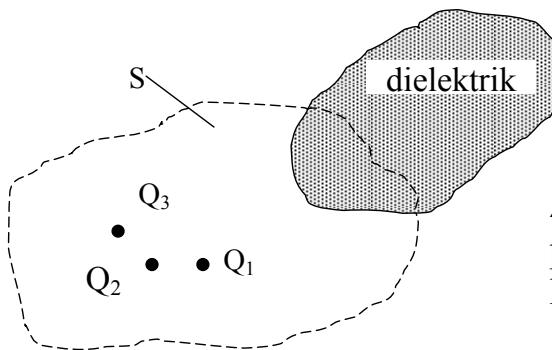


$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma - \sigma_v}{\epsilon_0} = \frac{E_0}{\epsilon_r}$$

$$C = \epsilon_r C_0$$

UOPŠTENI OBLIK GAUSOVOG ZAKONA VEKTOR ELEKTRIČNOG POMERAJA



Zamišljena zatvorena površ, S, koja prolazi kroz dielektrik.

- Kada se prisustvo dielektrika zameni skupom vezanih nanelektrisanja u vakuumu, i primeni Gausov zakon, dobija se:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{ukupno\ S}}{\epsilon_0} = \frac{Q + Q_p}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(Q - \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} \right)$$

$$\oint_S \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} + \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = Q$$

$$\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{S} = Q$$

$$\boxed{\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D} \rightarrow \text{vektor el. pomeraja}}$$

$$\boxed{\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q}$$

UOPŠTENI
GAUSOV ZAKON

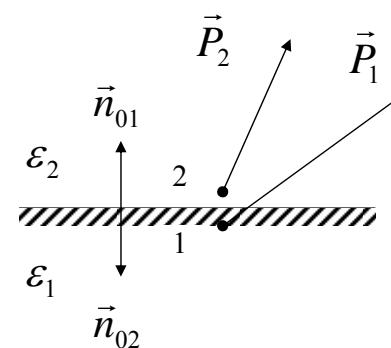
$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi_e \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \epsilon \vec{E}$$

GRANIČNI USLOVI

Na granici između dva dielektrika postoji sloj vezanih nanelektrisanja:

$$\sigma_v = \vec{P}_1 \cdot \vec{n}_{01} + \vec{P}_2 \cdot \vec{n}_{02}$$

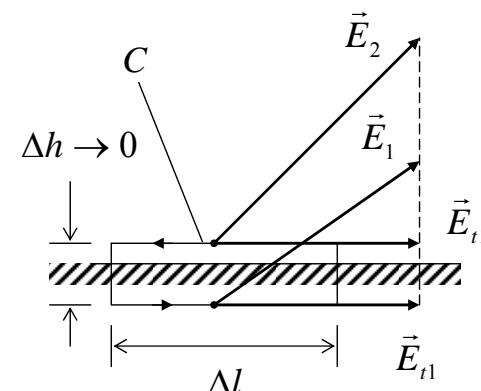
$$\sigma_v = (\vec{P}_1 - \vec{P}_2) \cdot \vec{n}_{01}$$



- Zbog sloja vezanih nanelektrisanja, u dvema bliskim tačkama, 1 i 2, vektori jačine električnog polja i električnog pomeraja biće različitog intenziteta i pravca.

$$\vec{E}_1 \neq \vec{E}_2 \quad \vec{D}_1 \neq \vec{D}_2$$

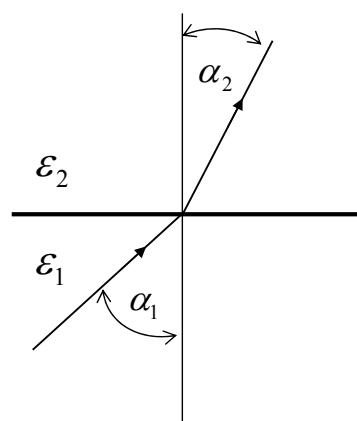
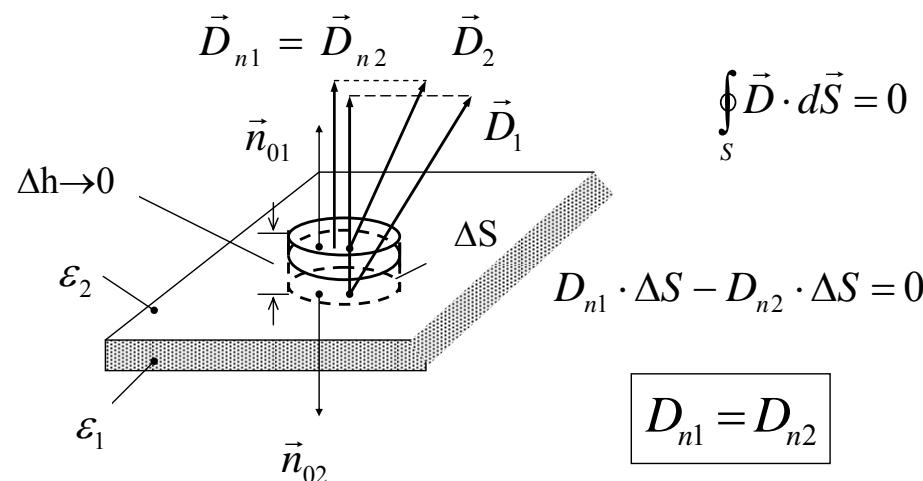
- Granični uslovi govore o odnosu komponenti ovih vektora. (Vektori se razlože na dve komponenete: normalnu i tangencijalnu na graničnu površ.)



$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

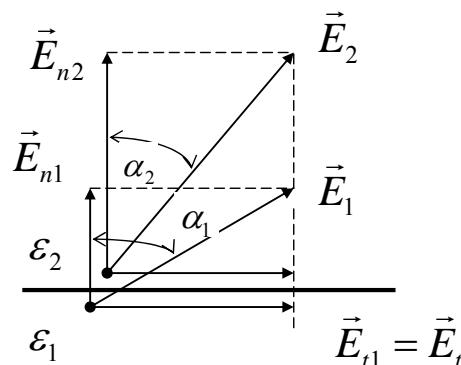
$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_{t1} \cdot \Delta l - E_{t2} \cdot \Delta l$$

$$\boxed{E_{t1} = E_{t2}}$$



Na graničnoj površi, linije sile se prelamaju tako da je:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$



Uz dokaz da je: $\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$.

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\frac{E_{t1}}{E_{n1}}}{\frac{E_{t2}}{E_{n2}}} = \frac{\frac{\varepsilon_1}{D_{n1}}}{\frac{\varepsilon_2}{D_{n2}}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

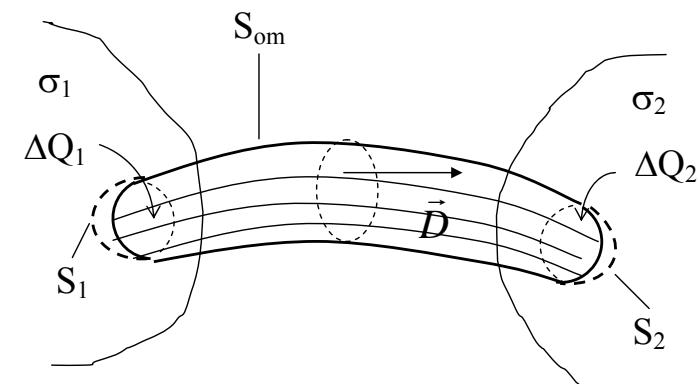
$$\vec{E}_{t1} = \vec{E}_{t2}$$

LINIJE POLJA I TUBE FLUKSA VEKTORA ELEKTRIČNOG POMERAJA

- Linije polja vektora \vec{D} imaju izvore i ponore na slobodnim nanelektrisanjima (pošto izlazni fluks vektora zavisi samo od obuhvaćenog slobodnog nanelektrisanja).
- Ove linije počinju na pozitivnim a završavaju na negativnim slobodnim nanelektrisanjima i teku neprekidno kroz dielektrik, bez obzira na eventualne nehomogenosti ili diskontinuitete dielektrika.
- Između površinske gustine slobodnih nanelektrisanja u nekoj tački na površi provodnika i intenziteta vektora \vec{D} postoji prosta veza:

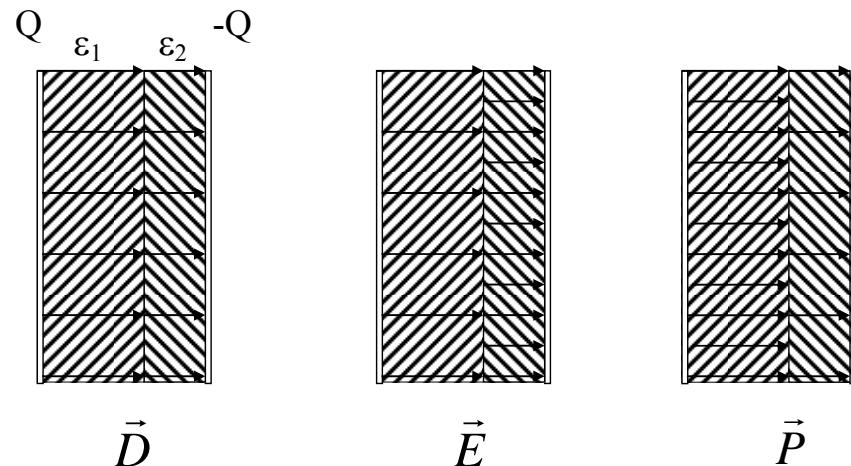
$$\sigma = \vec{D} \cdot \vec{n}_0 = D_n.$$

- Pod tubom fluksa podrazumevamo deo prostora u polju koji obuhvata cevasta površ obrazovana od linija polja vektora električnog pomeraja (slika dole).

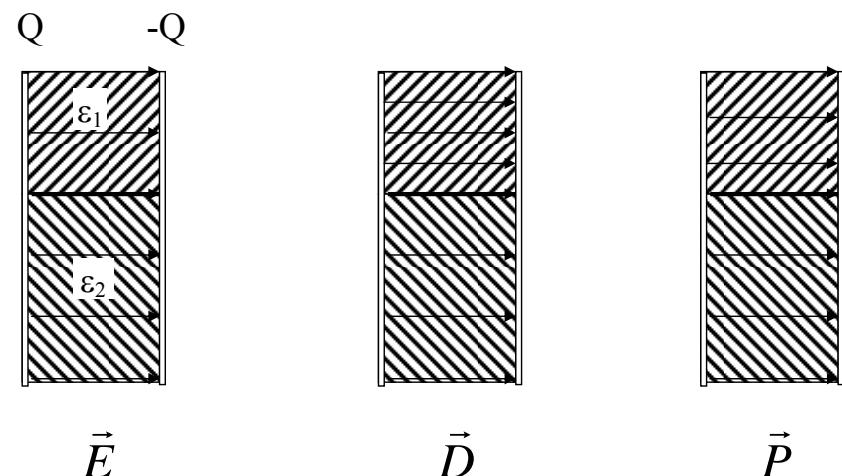


Uz dokaz da se tuba fluksa vektora \vec{D} oslanja na iste količine slobodnog nanelektrisanja, suprotnog znaka.

PRIMERI POLJA U NEHOMOGENIM DIELEKTRICIMA

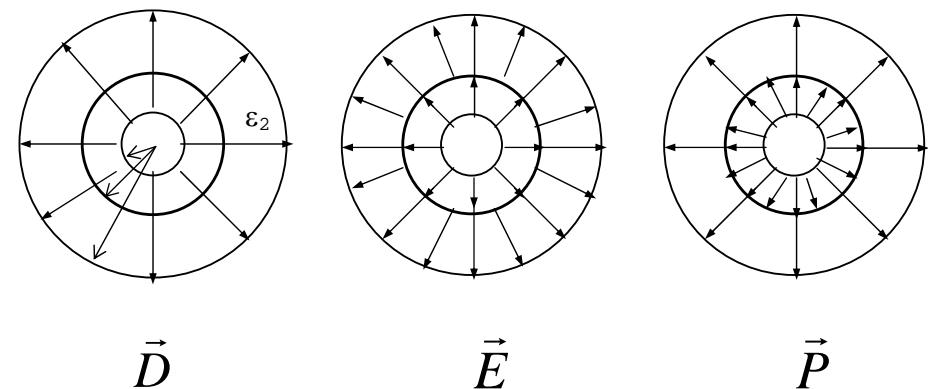


Linije polja vektora \vec{D} , \vec{E} i \vec{P} pločastog kondenzatora sa dva sloja dielektrika, $\epsilon_1 > \epsilon_2$.

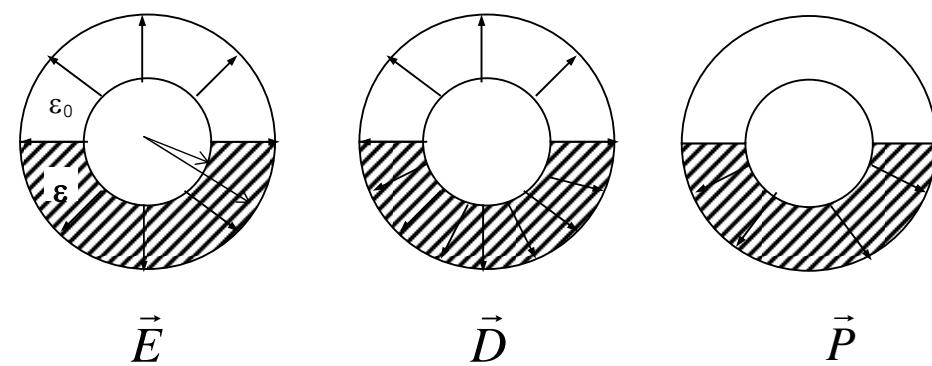


Linije polja vektora \vec{D} , \vec{E} i \vec{P} pločastog kondenzatora sa dva sloja dielektrika, $\epsilon_1 > \epsilon_2$.

PRIMERI POLJA U NEHOMOGENIM DIELEKTRICIMA

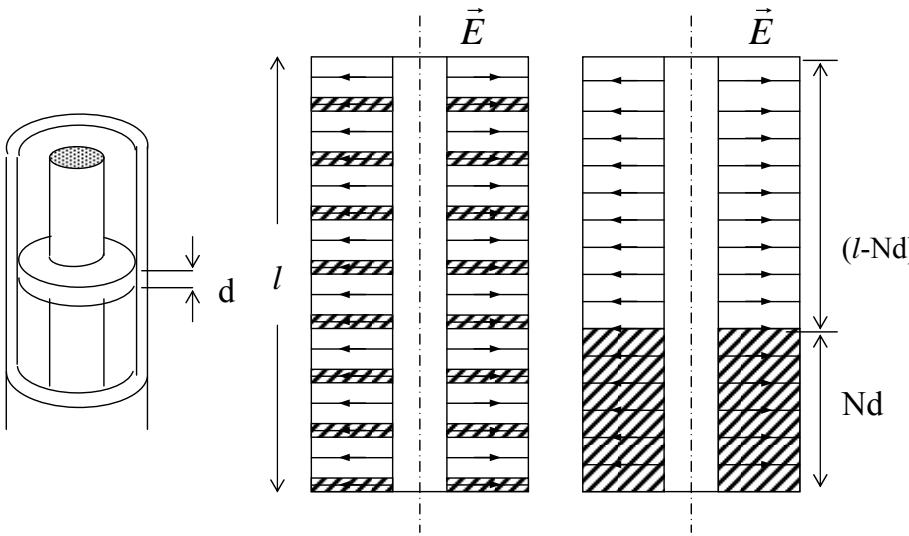


Linije polja vektora \vec{D} , \vec{E} i \vec{P} sfernog kondenzatora sa dva koncentrična sloja dielektrika, $\epsilon_2 < \epsilon_1$.

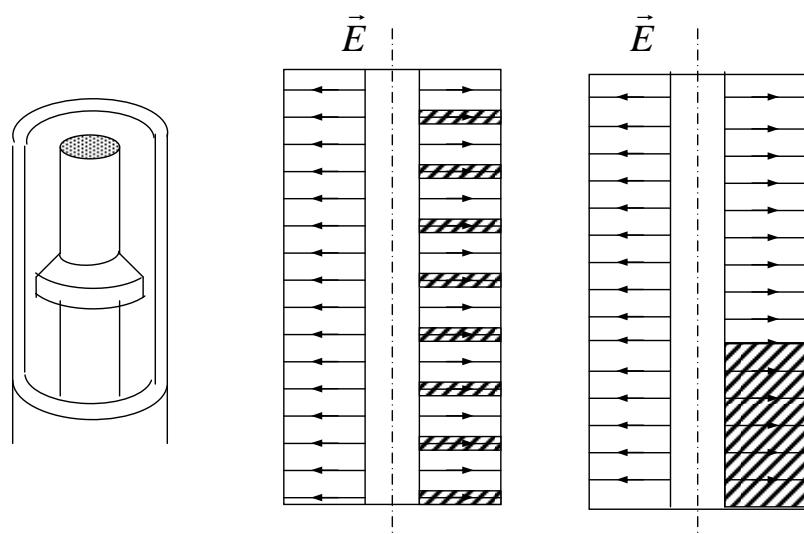


Linije polja vektora \vec{D} , \vec{E} i \vec{P} vazdušnog sfernog kondenzatora, do polovine ispunjenog tečnim dielektrikom permitivnosti ϵ .

PRIMERI POLJA U NEHOMOGENIM DIELEKTRICIMA



Vazdušni koaksijalni kabl sa podmetačima od dielektrika, za održavanje koaksijalnog položaja elektroda, u obliku diska.



Vazdušni koaksijalni kabl sa "sektorskim" podmetačima od dielektrika, za održavanje koaksijalnog položaja elektroda.

NEKE ELEKTRIČNE OSOBINE DIELEKTRIKA

- Električna čvrstina dielektrika.

Električna čvrstina i permitivnost nekih dielektrika

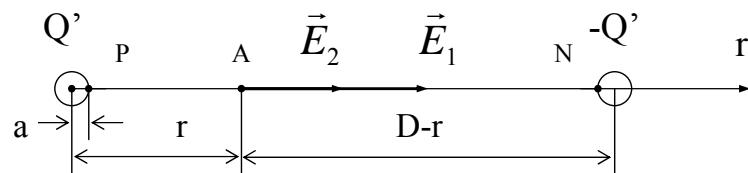
Materijal	Električna čvrstina kV/cm	Relativna permitivnost, ϵ_r
Vazduh	25 - 30	1,0006
Transformatorsko ulje	150	2,2 – 2,4
Staklo	100 - 400	3,5 - 15
Papir	200	2,4 – 3,5
Nauljeni papir	500	3,5 - 4
Polivinilhlorid	400 - 600	3 - 4
Guma	200 – 400	2 - 35

❖ Korona.

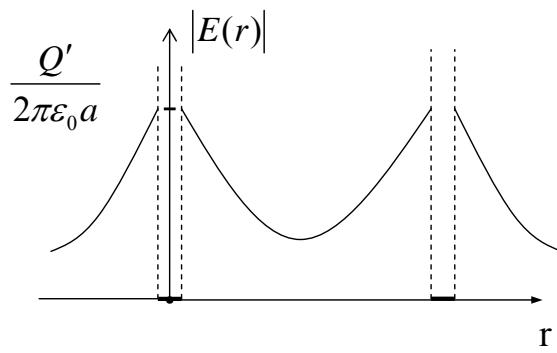
- ❖ Izračunavanje maksimalnog napona na koji može da se priključiti neki kondenzator.
- ❖ Naleganje dielektrika uz elektrode. Korišćenje tečnih i gasovitih dielektrika u visokonaponskoj tehnici.

- Zaostala polarizovanost.
- Feroelektrici (Senjetova so, Barijum titanat).
- Elektreti.

UZ OBJAŠNJENJE POJMA KORONE

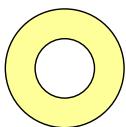


$$E(r) = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 r} + \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0(D-r)}.$$



$$E_{\max} = E(a) = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a}$$

$$E_{\min} = E\left(\frac{D}{2}\right) = \frac{2Q'}{\pi\epsilon_0 D}$$



Kada jačina polja uz površ provodnika pređe vrednost električne čvrstine vazduha, dolazi do ionizacije sloja vazduha oko provodnika. To se manifestuje svetlucanjem koje se naziva korona.

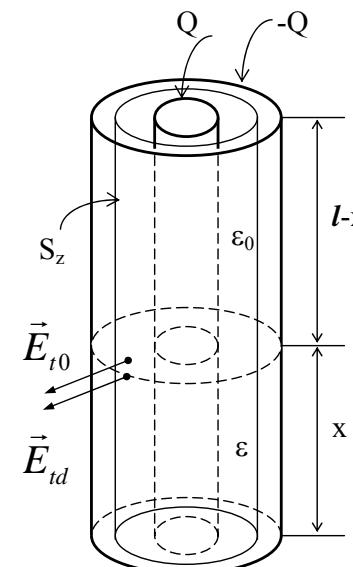
$$E_{\max} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} \leq E_{c0} \rightarrow Q'_{\max} = 2\pi\epsilon_0 a E_{c0}$$

$$U_{\max} = \frac{Q'_{\max}}{C'} = 2aE_{c0} \ln \frac{D}{a} \rightarrow \text{max vred. napona}$$

ZADATAK. Vazdušni koaksijalni kabl, poluprečnika elektroda a i b, dužine $l > a, b$, ispunjen je tečnim dielektrikom permitivnosti ϵ . Kabl je postavljen u vertikalni položaj i dopušteno je da dielektrik polako ističe. Izvedite izraz za kapacitivnost kabla kada je nivo tečnosti jednak x.

- Prepostavimo da su elektrode nanelektrisane nanelektrisanjima Q i $-Q$.
- Primenimo USLOVE ELEKTROSTATIČKE RAVNOTEŽE I GRANIČNE USLOVE. Iz ovoga sledi:

- da je polje cilindrično radikalno;
- da su E , D i P funkcije(r);
- $D_{n1}=D_{n2}=0$;
- da bi bilo $E_{t1}=E_{t2}$, mora biti $E_0(r)=E_d(r)=E(r)$.



Primenimo Gausov zakon na površ S_z :

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_u S_z$$

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = D_0(r) 2\pi r (l-x) + D_d(r) 2\pi r \cdot x$$

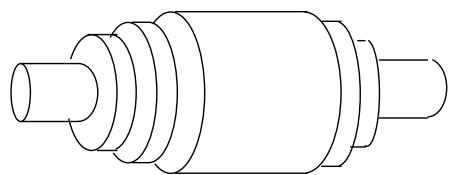
$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \epsilon_0 E(r) 2\pi r (l-x) + \epsilon \cdot E(r) 2\pi r \cdot x = Q$$

$$E(r) = \frac{Q}{2\pi r \cdot \epsilon_0 [l + (\epsilon_r - 1)x]}$$

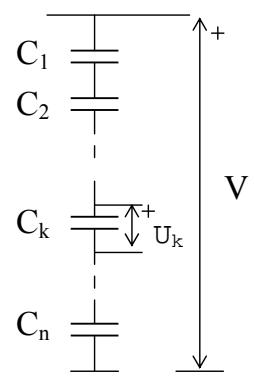
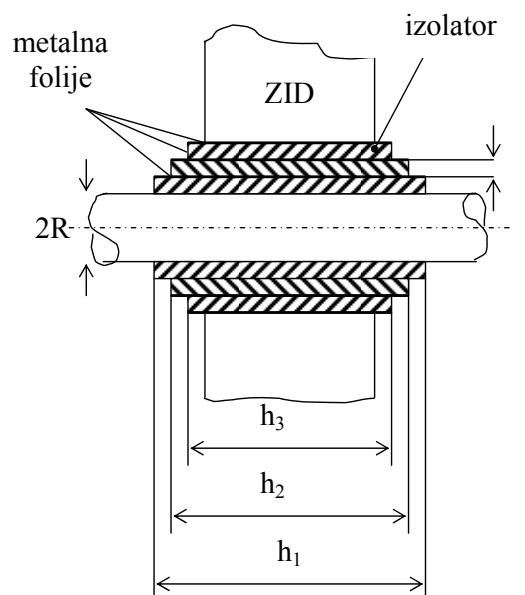
$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 [l + (\epsilon_r - 1)x]}{\ln \frac{b}{a}}$$

$$U = \int_a^b E(r) dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 [l + (\epsilon_r - 1)x]} \ln \frac{b}{a}$$

PROJEKTOVANJE KAPACITIVNOG UVODNIKA



Struktura koja se koristi za izolovanje provodnika, na visokom potencijalu u odnosu na zemlju, kada ga treba sprovesti kroz neki zid.



$$\begin{aligned} C_1 &= C_2 = \dots = C_k = \dots = C_n = C \\ Q_1 &= Q_2 = \dots = Q_k = \dots = Q_n = Q \\ U_1 &= U_2 = \dots = U_k = \dots = U_n = U \end{aligned}$$

$$U = \frac{V}{n} \leq E_{\max} \cdot \delta$$

$$n \geq \frac{V}{E_{\max} \cdot \delta}$$

$$h_k = \frac{R + n\delta}{R + k\delta} h_n$$

$$C_k \approx \epsilon \frac{2\pi R_k \cdot h_k}{\delta} \quad R_k = R + k\delta$$

