GAUSOV ZAKON

- Gausov zakon iskazuje vezu između električnog polja i naelektrisanja.

- Ime dobio po nemačkom fizičaru Gausu (Karl Friedrich Gauss, 1777 – 1855).

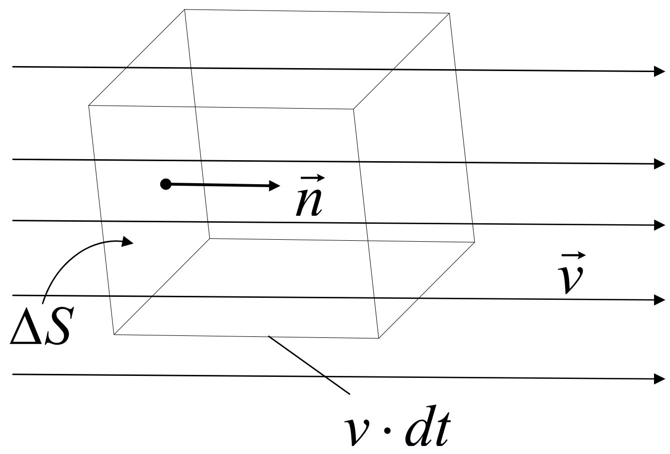
- Gausov zakon je posledica oblika električnog polja tačkastog naelektrisanja.

DEFINICIJA FLUKSA NEKOG VEKTORA

- Da bi se iskazao Gausov zakon potrebno je definisati pojam fluksa nekog vektora.

- Fluks je fizička veličina koja je prvobitno uvedena u okviru nauke o strujanju tečnosti, gde označava brzinu proticanja tečnosti kroz neku površ (iskazuje se u m^3/s).

- Da bi videli kako se definiše fluks, posmatrajmo deo prostora u kome čestice tečnosti struje konstantnom brzinom, bezvrtložno. Zamislimo da je upravno na vektor brzine strujanja tečnosti postavljena mala ravna površ, ΔS.



- Zapremina tečnosti koja u intervalu vremena dt protekne kroz (zamišljenu) površ ΔS jednaka je zapremini paralelopipeda sa slike, v•dt•ΔS.

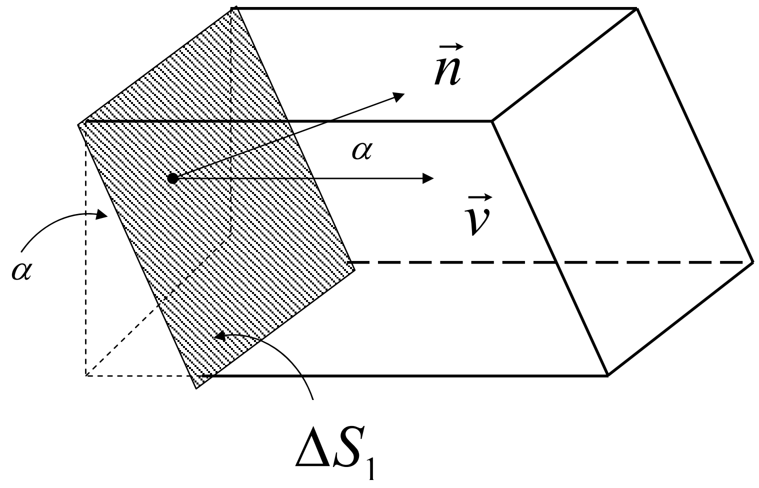
- Brzina strujanja tečnosti je:

$$\Delta\Psi_v = \frac{v \cdot dt \cdot \Delta S}{dt} = v \cdot \Delta S,$$

odnosno, ako se površini pridoda priroda vektora,

$$\Delta\vec{S} = \Delta S \cdot \vec{n},$$

$$\Delta\Psi_v = \vec{v} \cdot \Delta\vec{S}.$$



- Ako površinica nije upravna na vektor brzine, nego njena normala zaklapa sa njim ugao α, količina tečnosti jednaka je zapremini kosog paralelopipeda - v•dt•ΔS_1•cosα. Brzina je tada jednaka:

$$\Delta\Psi_v = v\cdot\Delta S_1\cdot\cos\alpha,$$

što se, takođe, može izraziti preko vektora površine ΔS_1 kao:

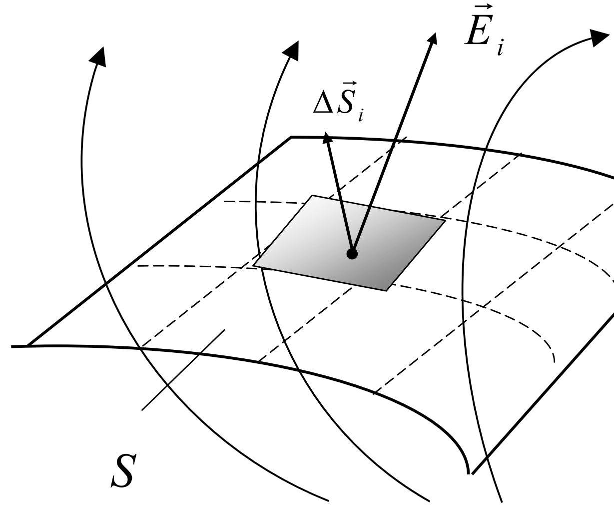
$$\Delta\Psi_v = \vec{v}\cdot\Delta\vec{S}_1$$

- *Skalarni proizvod vektora brzine i vektora površine naziva se fluks vektora v kroz površ.* Na isti način se može definisati fluks bilo kog vektora, pa i vektora jačine polja.

DEFINICIJA FLUKSA VEKTORA JAČINE ELEKTRIČNOG POLJA

$$\Delta\Psi_E = \vec{E}\cdot\Delta\vec{S}$$

- Šta ako površ nije ravna, ako je konačnih dimenzija i ako vektor nije konstantan?



- Da bi se izračunao fluks vektora E kroz proizvoljnu površ S (kao na gornjoj slici) površ treba izdeliti na elementarne površinice ΔS, koje se mogu smatrati ravnim.

- Pošto su površinice ΔS male, može se smatrati da na njima vektor $\vec{E}$ u svim tačkama ima istu vrednost.

- Fluks vektora E kroz elementarnu površinicu jednak je

$$\Delta\Psi_{E_i} = \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{S}_i .$$

- Fluks vektora E kroz površ S jednak je zbiru elementarnih flukseva

$$\Psi_E = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{S}_i .$$

- Rezultat je utoliko tačniji što su elementarne površinice manje. Ako su one infinitezimalno male suma prelazi u integral:

$$\Psi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}.$$

- Kada je površ, kroz koju se traži fluks, zatvorena to se označava kružićem na integralu.

$$\Psi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}.$$

O FLUKSU VEKTORA JAČINE ELEKTRIČNOG POLJA

- Fluks je algebarska veličina, tj. vrednost fluksa može biti pozitivna ili negativna brojka. To zavisi od toga kako je usmerena normala na površ, kroz koju se fluks izračunava.

- Kada je površ zatvorena, fluks se računa u odnosu na normalu usmerenu iz površi u spoljašnjost (“spoljašnja normala”, “izlazni fluks”).

- *Iz definicije sledi da je jedinica za fluks vektora jačine električnog polja **Vm**.*

- Izračunavanje fluksa kroz površi proizvoljnog oblika je veoma složen zadatak, čak i kad je polje vektora jednostavno – na primer homogeno.

- Najjednostavnije je izračunati fluks kroz površ koju linije polja samo tangiraju. Kako je tada ugao između vektora polja i normale na površ jednak 90^0, fluks kroz površ će biti jednak nuli.

- Zadatak izračunavanja fluksa se donekle uprošćava ako su linije polja upravne na površ kroz koju se traži fluks.

ISKAZ GAUSOVOG ZAKONA

- Gausov zakon kaže da je fluks vektora jačine električnog polja kroz zatvorenu površ (proizvoljnog oblika) uvek jednak količniku naelektrisanja, koje površ obuhvata, i permitivnosti vakuuma:

$$\boxed{\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{ukupno\ u\ S}}{\varepsilon_0}}$$

- Ovaj oblik Gausovog zakona važi za svaki sistem opterećenja u vakuumu.

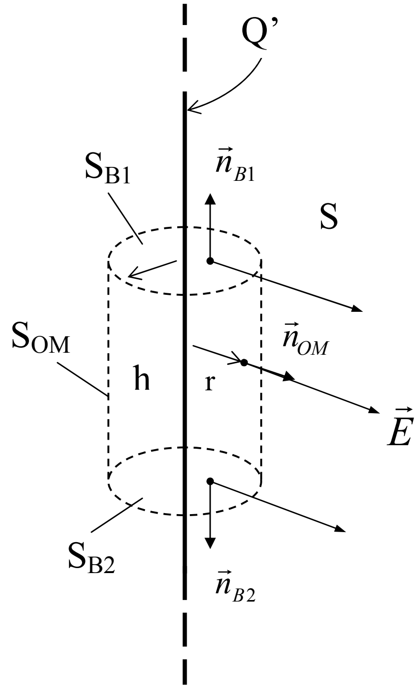
- Primene Gausovog zakona, mnogobrojne i raznovrsne, mogu se podeliti u dve grupe.

- U prvu grupu primena Gausovog zakona spadaju dokazi nekih opštih osobina elektrostatičkog polja.

- Drugu grupu primena čine izrčunavanja vektora jačine električnog polja u nekim prostim, ali važnim, slučajevima raspodele naelektrisanja.

PRIMERI PRIMENE GAUSOVOG ZAKONA ZA IZRAČUNAVANJE VEKTORA JAČINE ELEKTRIČNOG POLJA

PRIMER TEST ZADATKA. Primenjujući Gausov zakon izvedite izraz za intenzitet vektora jačine električnog polja u okolini veoma duge, tanke, prave niti. Nit je ravnomerno naelektrisana podužnim naelektrisanjem Q' i nalazi se u vazduhu.



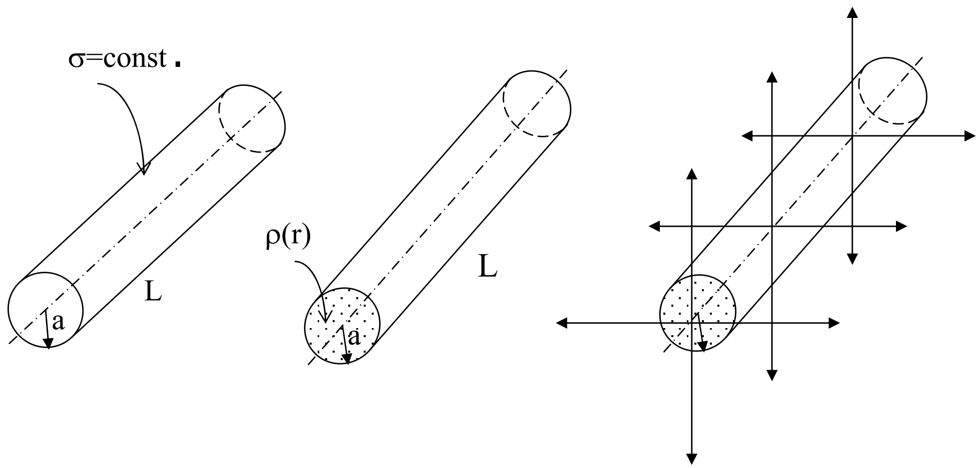
$$\oint_S \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{Q_{u\ S}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \int_{S_{OM}} \vec{E}d\vec{S} = E(r)\cdot 2\pi r h$$

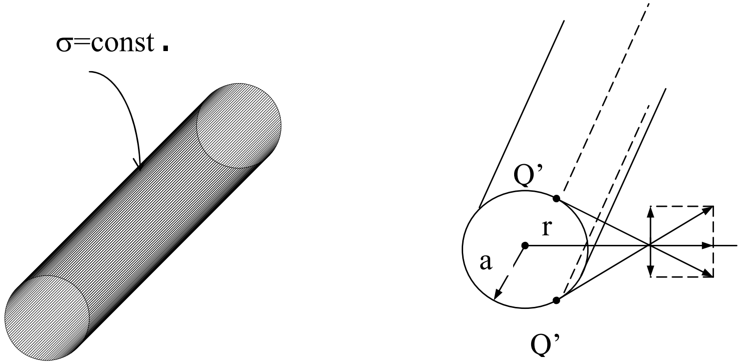
$$Q_{u\ S} = Q'\cdot h$$

$$E(r) = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

CILINDRIČNO-SIMETRIČNA RASPODELA NAELEKTRISANJA

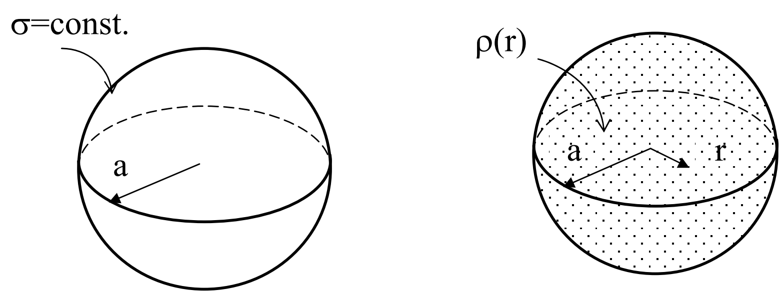


Površinska i zapreminska CILINDRIČNO-SIMETRIČNA raspodela naelektrisanja ($L \rightarrow \infty$). Linije polja su radijalne. $E=E_r=E(r)$.

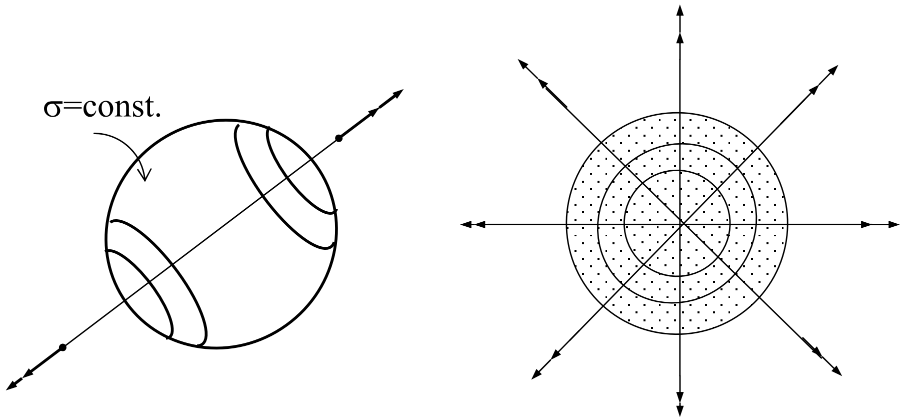


Uz dokaz da su linije polja cilindrično-simetrične raspodele naelektrisanja radijalne. Cilindrična površ se izdeli na tanke niti, paralelne osi površi (levo). Polje dve niti, simetrično postavljene u odnosu na radijus r, u ravni poprečnog preseka (desno).

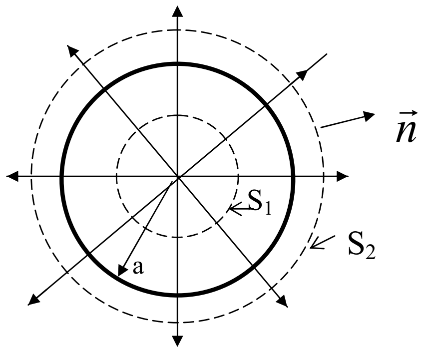
SFERNO-SIMETRIČNA RASPODELA NAELEKTRISANJA



Površinska i zapreminska SFERNO-SIMETRIČNA raspodela naelektrisanja.

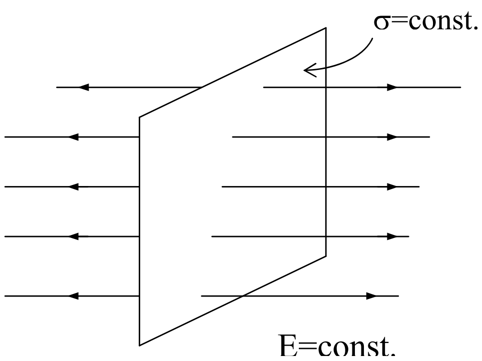


Uz dokaz da je kod sferno-simetrične raspodele polje sferno radijalno i da je $E=E_r=E(r)$.



Zamišljene sferne površi S_1 i S_2, na koje se primenjuje Gausov zakon radi izračunavanja $E(r)$.

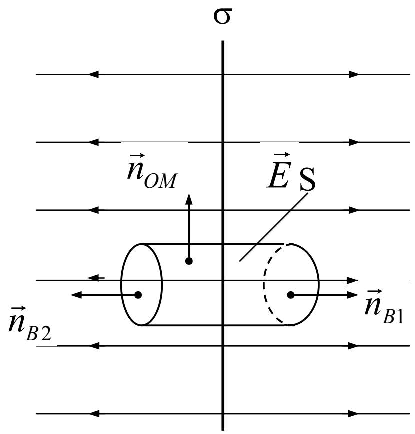
RAVAN SLOJ NAELEKTRISANJA



Veoma velika, ravna, ravnomerno naelektrisana površ.

Linije polja ⊥ na površ.

Intenzitet polja isti u svim tačkama.

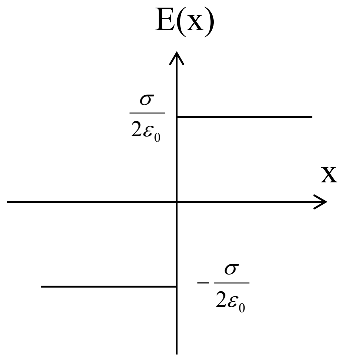


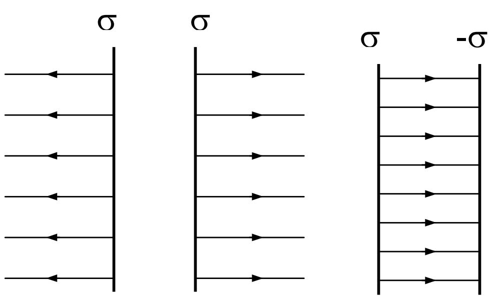
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{u\,S}}{\varepsilon_0}$$

$$\Psi_S = 2\cdot E\cdot S_B$$

$$Q_{u\,S} = \sigma\cdot S_B$$

$$E = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}$$

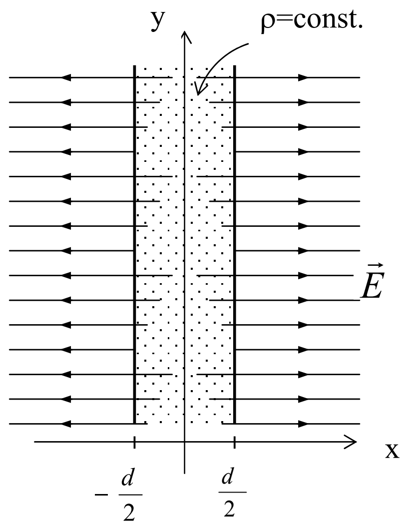




Polje dve paralelene ravne površi.

RAVAN SLOJ DEBLJINE d.

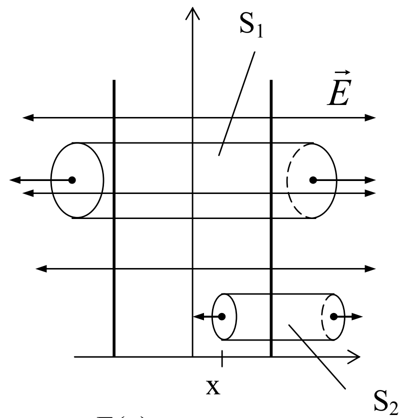
Dve velike ravne površi graniče sloj naelektrisanja u vakuumu, debljine d.



$$\left|\vec{E}\right| = const. = E_k, \quad |x| \geq \frac{d}{2}$$

$$E = E(x), \quad -\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2}$$

$$E(x) = 0, \quad x = 0$$



$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{u\,S}}{\varepsilon_0}$$

$$\Psi_{S_1} = 2\cdot E_k\cdot S_B$$

$$Q_{u\,S_1} = \rho\cdot S_B\cdot d$$

$$E_k = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\cdot\frac{d}{2}$$

$$\Psi_{S_2} = -E(x)\cdot S_B + E_k\cdot S_B$$

$$Q_{u\,S_2} = \rho\cdot S_B\cdot\left(\frac{d}{2} - x\right)$$

$$E(x) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\cdot x$$